Leseprobe aus Kapitel 1 ‚Von der Realität zur Simulation‘ des Buchs

‚Strukturbildung und Simulation technischer Systeme‘

Weitere Informationen zum Buch finden Sie unter strukturbildung-simulation.de

Zu Kapitel 1 ‚Einführung in die Regelungstechnik‘,
Aus Abschnitt 1.2.7: Drehzahl-Steuerung und -Regelung

1.1.1 Motor und -Generator als Vierpole

Reale Generatoren und Motoren besitzen mechanische Reibung und Anker-Widerstände. Sie erzeugen Belastungs-abhängige Kennlinien:

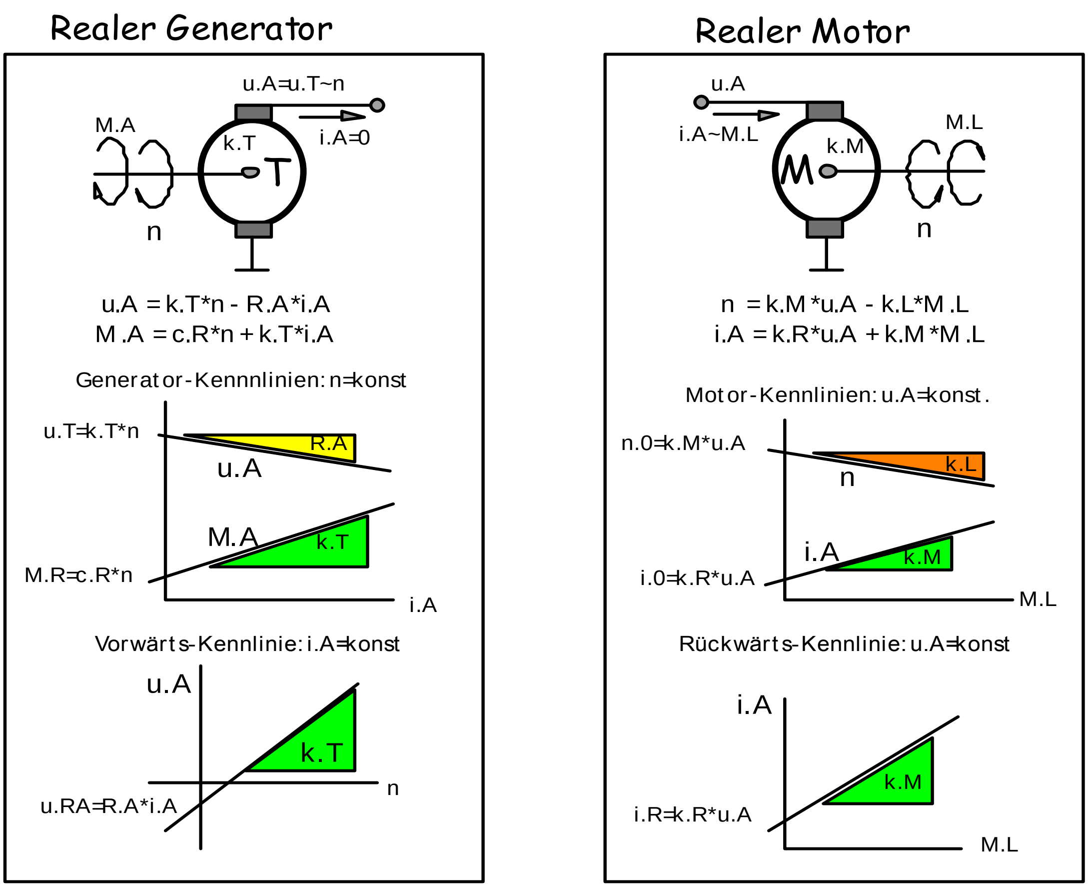


Abb. 2-133 Wirkung und Rückwirkung beim realen Generator (links) und realen Motor (rechts). Die elektrischen und mechanischen Verluste erzeugen bei den Ausgangs-Kennlinien Steigungs-Änderungen und bei den Eingangs-Kennlinien Nullpunkts-Verschiebungen.

Die Vierpol-Gleichungen von Generator und Motor

Die mechanische Reibung erzeugt ein Reibmoment **M.R=c.R·n,** der elektrische Widerstand erzeugt einen inneren Spannungs-Verlust **u.RA=R.A·i.A**. Diese Anteile ändern die Vierpol-Gleichungen des Generators und des Motors:

Generator - Ausgangsseite: $u.A = k.T * n - R.A * i.A$

- Eingangsseite: $i.A = c.R * n + k.T * i.A$

Die Vierpol-Gleichung des Generators benötigt den **Ankerwiderstand R.A** zur Berechnung der elektrischen Verluste und eine **Reibungs-Konstante c.R** zur Berechnung der mechanischen Verluste. Wir werden sie aus den technischen Daten des Motor-Herstellers bestimmen.

… und des Motors:

Motor – Ausgangsseite: $n = k.M * u.A - k.L * M.L$

Eingangsseite: $i.A = k.R * u.A + k.M * M.L$

Die Vierpol-Gleichung des Motors benötigt die **Belastungs-Konstante k.L** zur Berechnung der Drehzahl-Verluste bei Belastung der Welle und die **Reibungs-Konstante k.R** zur Berechnung des zur Deckung der mechanischen Verluste benötigten Ankerstroms. Auch sie werden sie aus den technischen Daten des Motor-Herstellers bestimmen.

Die technischen Daten eines realen Motors

Zur statischen Simulation eines realen Motors wird außer der **Motor-Konstante k.M = 1/k.T** noch der **Ankerwiderstand R.A** und eine **Reibungs-Konstante k.R** benötigt. Wie diese aus den vom-Motor-Hersteller angegebenen technischen Daten bestimmt werden, wird nun gezeigt.

Mit der **Tacho-Konstanten k.T** kann der Zusammenhang zwischen der leicht messbaren Spannung **u.T = k.T·n** und der schwerer zu messenden **Drehzahl n** berechnet werden. Gleiches gilt für den leicht messbaren **Ankerstrom i.A** und das nur schwerer messbare **Drehmoment M**:

i.A=k.T·M – mit **k.T** in **A/Nm=1/Vs.**

Im Generator-Betrieb ist das Drehmoment M ein **Antriebs-Moment M.A**, im Motor-Betrieb ist M das **Lastmoment M.L** – beide gemessen in Nm = 100·Ncm.

Um den mechanischen Aufwand zur Messung der Kennlinien u.T(n) und n(M.L) zu vermeiden, soll nun gezeigt werden, wie k.T und k.R aus den Hersteller-Angaben eines Motors bestimmt werden kann.

Der Modellbau-Motor ‚Elefant'

Als Beispiel hat der Autor den **Modellbau-Motor ‚Elefant'.** gewählt. Hier sind seine vom Hersteller angegebenen technischen Daten:

Technische Daten

1Umdrehung (U) = 360° = 2Pi rad -> 1rad/s≈1U/min

Ø-Stromaufnahme:	Nennstrom i.N	2.28 A	i.0+i.L=2,3A
Abm.:		(Ø x L) 46 mm x 77 mm (ohne Welle)	
Abgabeleistung:		18 W	P.mech=M.N*n.N=18W
Max. Drehmoment:	Nenn-Moment	49 Nmm	M.N=5Ncm
Effizienz:		66 %	eta=P.mech/P.el
Leerlauf-Drehzahl:	Leerlauf-Drehzahl n.0(U.N)	4000 U/min	n.0=400rad/s
Leerlaufstrom:		0.34 A	i.0=0,34A
Nennspannung:	Nenn-Ankerspannung	12 V/DC	u.N=12V
Wellen-Länge:		7 mm	
Wellen-Ø:		4 mm	
Betriebsspannung:		6 - 24 V/DC	
Last-Drehzahl:	Nenn-Drehzahl n.N(M.N)=3120	~~3500 U~~/min	n.L=n.0-n.N=88rad/s
Gewicht:		330 g	

berechnet: der Anker-Widerstand R.A=1,1Ohm

Abb. 2-134 Die technischen Daten eines 18W-Modellbau-Motors. Rot: Zusätze des Autors (Erklärung im Text).

Die Auswahl des Motors erfolgt nach der geforderten **Nenn-Leistung P.N** und der gewählten **Nenn-Spannung U.N.** Dazu gehört eine Nenn-Drehzahl n.N und eine Nenn-Last M.N.
P.N wird beim **Elefant** mit **18W** angegeben. Damit könnte er 1 Liter Wasser in 1 Sekunde um 1,8m hoch heben.

Das **Nenn-Leistung P.N~ n.N·M.N** ergibt sich bei Rotation aus dem Produkt aus **Nenn-Drehzahl n.N** - hier 4000u/min - und dem **Nenn-Moment M.N = F.L·r** – mit der **Kraft F.L**, die im **Abstand r** an der Welle angreift. Die zur Berechnung von P.N benötigte Proportionalitäts-Konstante hat den Wert **3,6mW pro U/min und Ncm**. Nähere Einzelheiten zur Berechnung der Rotations-Leistung erfahren Sie im **Kapitel 4 Mechanik.**

Aus Nenn-Leistung **P.N – hier 18W** - und Nenn-Spannung U.N -hier 12V- ergibt sich der benötigte Nenn-Strom **i.N=P.N/U.N**.
Zahlenwert für den hier als Beispiel gewählten **Modellbau-Motor ‚Elefant‘: I.N = 1,5A**.

Bestimmung der Tachokonstante k.T eines Motors
Die Tacho-Konstante k.T dient zur Berechnung der **Drehzahl n** aus der **Leerlauf-Spannung u.T** eines Generators: **n = u.T/k.T**. Die Messung mechanischer Drehzahlen ist recht aufwändig. Deshalb zeigen wir nun, wie k.T aus den Angaben eines Motor-Herstellers bestimmt werden kann.

Wie oben gezeigt, ergibt sich die Motor-Konstante k.M=1/k.T sich aus dem Anstieg des Ankerstroms i.A mit dem Lastmoment M.L:

k.M = Δi.A/ΔM.L=1/k.T

Zahlenwerte für den Elefant aus dem Unterschied zwischen Voll-Last und Leerlauf:
Bei Voll-Last **(M.L=5Ncm)** ist der Anker-Nenntrom i.N=2,3A, im Leerlauf (M.L=0) ist der Ruhestrom i.0=0,3A. Δi.A ist die Differenz **Δi.A = i.N-i.0 = 2A.**
Mit **ΔM.L=5Ncm** wird die Motor-Konstante **k.M =** 2A/5N·cm = 0,4A/Ncm = **40A/Nm**.
Die Tacho-Konstante k.T ist der Kehrwert von k.M: **k.T =** 1/ (40A/Nm) = **25mVs**.

Der Anker-Widerstand R.A
Für die folgenden Simulationen wird der **Ankerwiderstand R.A** benötigt. Er fehlt in den technischen Daten des Elefant – vermutlich weil er nicht mit einem Ohm-Meter zu messen ist. (Anker-Widerstände sind bei stehender Welle wegen der Übergangs-Widerstände der Kommutatoren nur schlecht messbar.) Deshalb zeigen wir nun die Bestimmung von R.A aus den Daten am Beispiel des Motors ‚Elefant‘.

Berechnung des Ankerwiderstands R.A
Mit k.T=25mVs können wir die Tacho-Spannung bei der Nenn-Drehzahl n.N=400rad/s berechnen:

u.T(n.0) = k.T·n.0 = 25mVs·400rad/s **= 10V**

Mit der Nenn-Ankerspannung u.N=12V und der Nenn-Tacho-Spannung u.T=10V ist auch der Spannungsabfall am Ankerwiderstand bekannt: u.RA=u.A-u.T.

Der Anker-Widerstand ist daher **R.A = U.RA/i.A.**

Die Anker-Widerstands-Spannung u-RA ist die Differenz aus der Ankerspannung u.A und der Tacho-Spannung u.T: **u.RA=u.A-u.T**. Um den Wert von R.A zu berechnen, benötigen wir den **Anker-Nennstrom i.N**. Er ergibt sich aus der **Nennleisung P.N** und der **Tacho-Nennspannung u.T(n.0):**

i.N = P.N/u.T(n.0)

Zahlenwerte für den **Modellbau-Motor Elefant**:
Nenn-Leistung P.N=18W; Nenn-Tachospannung u.T=10V
… ergibt einen Anker-Nennstrom i.N=18W/10V=1,8A.
Der Spannungsabfall über R.A bei Nenn-Leistung wurde oben berechnet: u.RA=2V.
Damit wird **R.A=**2V/1,8A=**1,1Ω.**

Je größer die **Nennleistung P.N** des Motors, desto kleiner wird sein **Ankerwiderstand R.A**. Das Produkt P.N·R.A ist eine Konstante. Für Modellbau-Motoren ist **P.N·R.A ≈ 20Ω·W**. Das ermöglicht die Berechnung der Ankerwiderstände für Motoren mit anderen Nenn-Leistungen.

Überschlägige Berechnung von R.A: **R.A ≈ 20Ω((P.N/W) - Gl. 2-3**

Die Vierpol-Struktur des Gleichstrom-Motors
Für die folgenden Simulation einer Drehzahl-Regelung benötigen wir die Struktur des gesteuerten Motors. Wir bezeichnen sie als **Ersatz-Struktur**, denn sie erklärt keine Details sondern beschreibt nur das äußere Verhalten, so wie es dem Datenblatt zu entnehmen ist.

In der folgenden Beschreibung des Motors bleibt der Spannungs-Abfall der Stromwender unberücksichtigt. Näheres zu diesem Thema erfahren Sie im Kapitel 6.4 bei der Simulation des Gleichstrom-Motors.

Beim Spannungs-gesteuerten Motor bilden die **Ankerspannung u.A** und der **Ankerstrom i.A** die **Eingangsseite** und die **Drehzahl n** und das **Lastmoment M.L** die **Ausgangsseite**. Die Struktur des Motors zeigt die Verknüpfungen beider Seiten durch Konstanten:

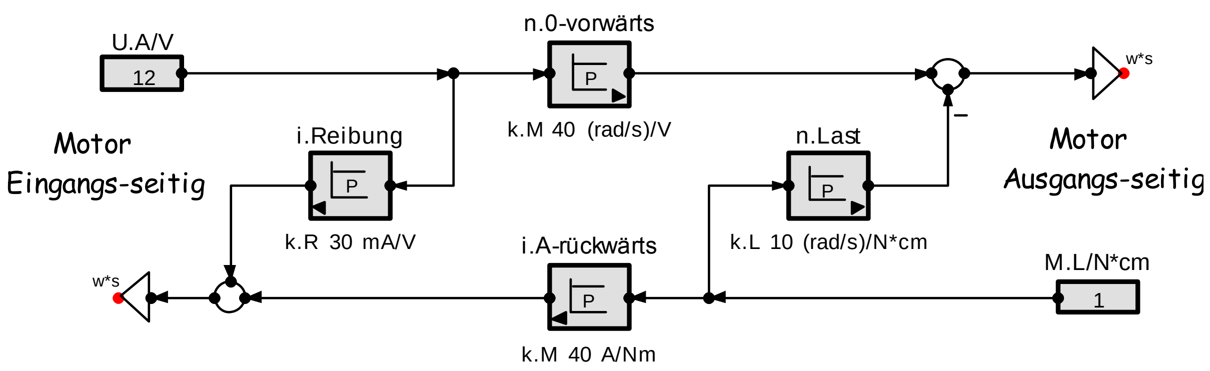


Abb. 2-135 Ersatz-Struktur eines realen Gleichstrom-Motors. Wie beim idealen Motor sind die Wirkung (Vorwärtsteil) und die Rückwirkung (Rückwärtsteil) das Wichtigste. Eingangsseitig ist ein Strom i.R hinzugekommen, der die mechanischen Reibungs-Verluste deckt. Ausgangsseitig wird die wird die von u.A eingestellte Leerlauf-Drehzahl um einen Lastmoment-proportionalen Anteil n.L vermindert.

Zur Simulation des Motors werden drei Parameter benötigt: **k.M. k.R und k.L**. Wir können sie aus den Herstellerangaben bestimmen:

- Die Motor-Konstante k.M beschreibt den idealen Motor. Das ist zum Einen die Wirkung im Vorwärtsteil von der Ankerspannung u.A zur Leerlauf-Drehzahl n.0 und zum Andern die Rückwirkung vom Lastmoment auf den Ankerstrom.

Im Vorwärtsteil gibt die Motor-Konstante k.M an, welche Leerlauf-Drehzahlen durch die Ankerspannungen u.A entstehen: Elefant: k.M=40rad/s pro Volt.
Im Rückwärtsteilgibt k.M an, welche Ankerströme i.L=k.M·M.L durch das Lastmomente M.L entstehen: Elefant: k.M=40A/Nm=0,4A/Ncm.

- Die Reibungs-Konstante dient zur Berechnung des Ankerstrom-Anteils, der die mechanischen Reibungs-Verluste deckt.
- Die Last-Konstante k.L bezeichnet den Drehzahl-Abfall pro Ncm des Lastmoments M.L.

Belastungs-Konstante k.L und Ankerwiderstands R.A
Beim **realen Motor** erzeugt der **Ankerwiderstand R.A** die Lastabhängigkeit der Drehzahl n: Mit der Leerlauf-Drehzahl n.=(u.A) und der Belastungs-Drehzahl n.L(M.L) wird die Drehzahl:

n = n.0 – n.L – mit **n.0=k.M·u.A** und **n.L=k.L·M.L**.

Die Proportionalität zwischen der **Belastungs-Konstanten k.L** und dem Ankerwiderstand R.A zeigt folgende Rechnung:

$$k.L = \frac{n.L}{M.L} = \frac{u.Ra/k.T}{i.A * k.T} = \frac{R.A}{k.T^2}$$

Die mechanische Belastungs-Konstante k.L entsteht durch den elektrischen Anker-Widerstand R.A. Sie ermöglicht mit Hilfe der Tacho-Konstanten k.T die Berechnung des - wegen der Kommutierungs-Spannungen nur schwer messbaren - Ankerwiderstandes R.A aus der Belastungs-Konstanten k.L und der Tacho-Konstanten k.T.

Zahlenwerte zu **R.A = k.L·k.T²**
k.L ist das Drehzahl-Gefälle der Ausgangs-Kennlinie des Motors. Der Hersteller des **Modellbau-Motors ‚Elefant'** wird sie mit **50rad/s pro 5Ncm** angegeben:
-> k.L=10/rad/s pro Ncm: **k.T=25mVs**. Daraus berechnet sich **R.A=0.63Ω**.

Oben wurde **R.A** = u.RA/i.N = 2V/1,8A=**1,1Ω** aus dem Spannungsabfall U.RA und dem **Nennstrom i.N** berechnet. Falls dieser Wert zutrifft und auch die Tacho-Konstante k.T=25mV/(rad/s) richtig ist, wäre **k.L≈20rad/s pro Ncm**.
Damit wäre der Drehzahl-Verlust **n.L=88rad/s** bei der Nennlast **M.N=5Ncm**.

Zur Klärung der Diskrepanz beider k.L-Werte müssten alle angegebenen Daten nachgemessen werden. Außerdem muss bedacht werden, dass bei den genannten Berechnungen die Haftreibung (Ansprechschwelle) des Motors und die Kommutierungs-Spannungen nicht berücksichtigt worden sind.

Bestimmung der Reibungskonstanten c.R
Beim realen Generator dient eine Reibungskonstante c.R zur Beschreibung der Reibungs-Verluste. Das aufzuwendende Reibmoment M.R ist der der Drehzahl n proportional:

c.R =M.R/n – in **Nm/(rad/s) = Nms**

Ist die **Reibungs-Leistung P.Rbg=M.R·n** bekannt, kann der Wirkungsgrad η des Motors berechnet werden. Bevor wir das tun, muss c.R bestimmt werden. Dazu benötigen wir nur die Reibungs-Konstante **k.R=i.A/u.A** und die Tachokonstante **k.T=u.T/n.** Allgemein gilt: M.R=k.T·i.A und n=u.T/k.T.

Daraus folgt:

$$c.R = \frac{M.R}{n} = \frac{k.T * i.A}{u.T/k.T} = k.R * k.T^2$$

Zahlenwerte für **c.R=k.R·k.T²**
Für den Motor ‚Elefant' wurde ermittelt: k.T=25mVs und k.R=30mA/V.
Damit wird **c.R ≈ 0,0002N·cm·s**.
Bei der Nenn-Drehzahl n.N=400rad/s ergibt sich ein Reibmoment **M.R**=c.R·n.N=**0,75 Ncm**.
Das sind 15% des Nenn-Moments **M.N=5Ncm**.

Der Wirkungsgrad η
Der Wirkungsgrad η ist das Verhältnis von abgegebener Leistung und zugeführter Leistung.
1-η steht für den relativen Verlust einer Maschine bei der Leistungs-Umwandlung.

Die zugeführte Leistung ist um die Leistungs-Verluste größer als die abgegebene. Bei elektrischen Maschinen mit Permanent-Magneten entstehen die mechanischen Verluste durch Lager-Reibung und die elektrischen Verluste durch Reibung der Elektronen in der Ankerspule.

Wir definieren den Wirkungsgrad η des Motors und berechnen ihn bei der **Nennleisung P.N**:

$$\eta = \frac{P.N}{P.N + P.Rbg + P.Strom}$$

Bei elektrischen Maschinen entstehen mechanische Verluste durch Reibung bei Drehzahlen n:

P.Rbg=M.R·n = c.R·n²

… und elektrische Verluste durch den Strom i.A im Anker-Widerstand R.A:

P.Strom = u.RA·i.A = R.A·i.A².

Zahlenwerte für den des **Motor ‚Elefant':**
Beim ‚Elefant' wird P.N=18W angegeben. Die Nenn-Drehzahl ist n.N=400rad/s. Vorher bestimmt wurde die Reibungs-Konstante **c.R ≈ 0,002N·cm·s.** Damit wird **P.Rbg=3W**.

Die elektrische Verlustleistung berechnen wir mit dem oben bestimmten Ankerwiderstand **R.A=1,1Ω** und dem Nennstrom **i.N = 1,8A**: **P.Strom** = 1,1Ω·(1,8A**)² = 3,5W**.
Das ist in etwa gleich der mechanischen Verlust-Leistung. So soll es bei gut aufeinander abgestimmter Mechanik und Elektrik sein.

Damit sind die Gesamt-Verluste im Nenn-Betrieb bekannt und der Wirkungsgrad η kann berechnet werden: **η**=18W/(18W+3.0W+3,5W) = **73%**. Der Hersteller gibt η mit nur 66%. Der Unterschied zu unserer Berechnung ist in den vernachlässigten Nichtliearitäten zu suchen: Haftreibung und Kommutierung.

1.1.2 Drehzahl-Steuerung

Zum Aufbau einer Regelung sollten die Eigenschaften der Regelstrecke bekannt sein. Als Beispiel zeigt die nächste Abbildung eine Drehzahl-Steuerung. Sie besteht aus einem **Motor mit Tacho-Generator** und **RC-Glättung** der Tacho-Spannung. Außerdem wird zur Ansteuerung des Motors ein **Stell-Verstärker** benötigt.

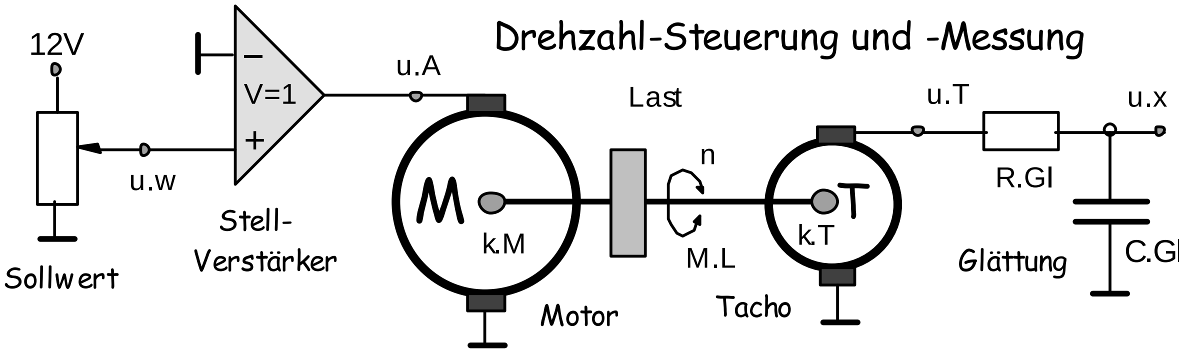


Abb. 2-136 Die Komponenten einer Drehzahl-Steuerung: Man findet sie in Servo-Motoren

Die geforderte Nenn-Drehzahl n.N und das maximale Lastmoment M.N bestimmen Nennleistung P.N=M.L·n des Motors und damit seine Baugröße. Ist der Motor gewählt, liegen seine Eigenschaften fest – siehe Datenblatt. Zum Bau des Stellverstärkers muss die Ankerspannung und der Anker-Nennstrom angegeben werden.

Das Verhalten der Drehzahl-Steuerung bei Belastung

Wie vorher beschrieben, sinkt die Drehzahl n des gesteuerten Motors mit dem Lastmoment M.L an der Welle ab. Dagegen steigt der Ankerstrom i.A mit M.L an.

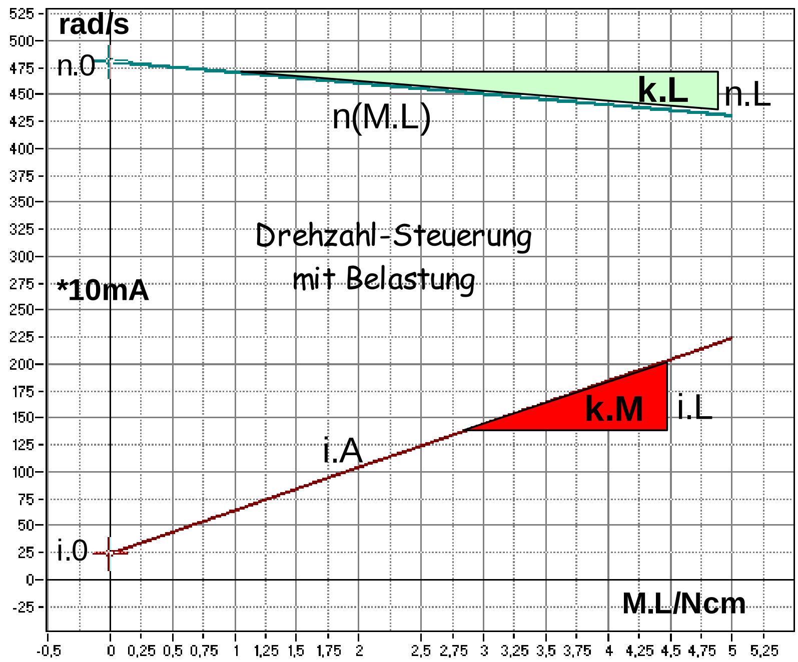
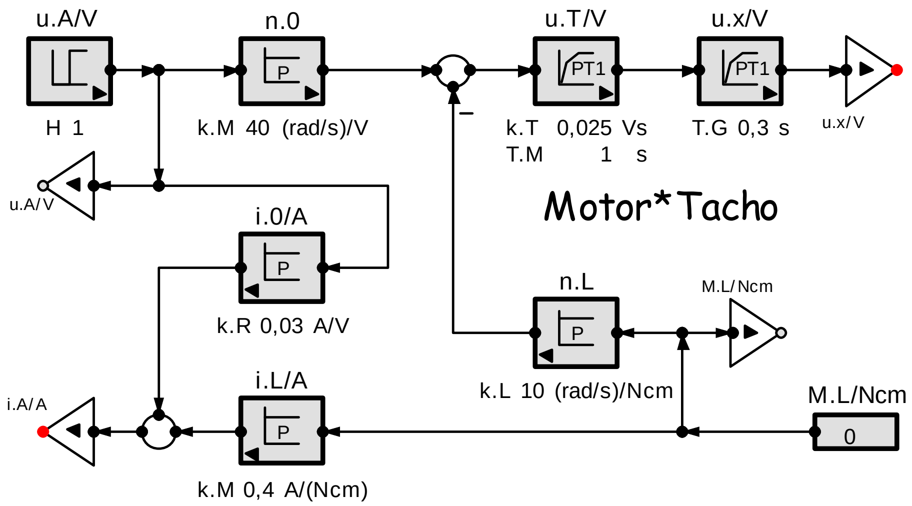


Abb. 2-137 Bei konstanter Ankerspannung sinkt die Drehzahl des Motors mit der Belastung der Welle ab. Ursache ist der Ankerwiderstand R.A des Motors. An ihm erzeugt der mit der Belastung steigende Ankerstrom einen steigenden Spannungsabfall, der die induzierte Tacho-Spannung – und damit die Drehzahl – verringert.

Die Struktur der Drehzahl-Steuerung
Die folgende Struktur zeigt die Funktion des oben abgebildeten Systems aus Motor, Tacho und Glättung. Sie beschreibt die Steuerbarkeit der Drehzahl n durch die Anker-Spannung U.A und Last-Abhängigkeit von n. Ausgang ist die geglättete Tacho-Spannung U.x:



Struktur 2-19 Drehzahl-Regelstrecke, bestehend aus Motor, Tacho und der Glättung

Damit verhält sich das Motor-Tacho-System wie eine gesteuerte Spannungs-Quelle mit der Strecken-Verstärkung

V.S = U.x/U.A = k.M·k.T

Zahlenwerte:
k.M =40(rad/s)/V; k.T=25mV/(rad/s) – ergibt V.S=1
Mit V.S berechnen wir die Tacho-Spannung im Leerlauf: **U.x0=V.S·U.A.**

Die dem Innen-Widerstand der Spannungs-Quelle entsprechende Konstante nennen wir Belastungs-Konstante G.L:

$$G.L = \frac{u.T}{M.L}(u.A = konstant) = k.L * k.T$$

Zahlenwerte: k.L= 10(rad/s)/Ncm und k.T=25mV/(rad/s) – ergibt **G.L = 0,25V/Ncm**.

Bei Belastung der Welle (M.L) verhält sich die Motor-Tacho-Anordnung so, als würde sich die Anker-Spannung U.A mit jedem Ncm um 0,25V verringern. Entsprechend müsste ein idealer Regler die Anker-Spannung um 0,25V pro Ncm erhöhen, um die Drehzahl konstant zu halten.

Die Strecken-Parameter **V.S=k.M·k.T** und **G.L=k.L·k.T** des gesteuerten Motors werden wir mit den entsprechenden **Daten des geregelten Motors** vergleichen. Dadurch wird sich zeigen, welche Verbesserungen (statisch) durch die Regelung erzielt worden sind. Dadurch lässt sich beurteilen, ob sich der Aufwand des Aufbaus einer Drehzahl-Regelung lohnt.

Die Strecken-Zeitkonstanten

Die Trägheit signalverarbeitender Systeme wird durch Exponential-Funktionen beschrieben. Zum Beispiel beschreibt $e^{-t/T}$ einen natürlich abklingenden Zeitverlauf, 1- $e^{-t/T}$ beschreibt einen aufklingenden Verlauf, der dem Endwert 1 zustrebt. Die Zeitkonstante T ist das Maß für die Langsamkeit des Vorgangs.

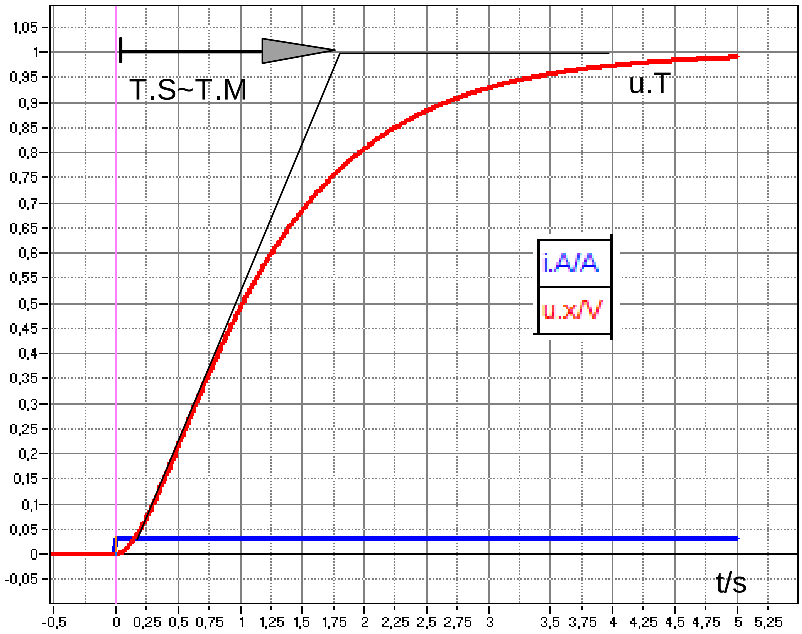


Abb. 2-138 Die Sprungantwort der Regelstrecke, bestehend aus Motor, Tacho und Glättung wird im Wesentlichen durch die Trägheit des Motors bestimmt. Daher ist die Strecken-Zeitkonstante T.S in etwa gleich der Motor-Zeitkonstanten T.M (hier T.M=1s).

Die Sprung-Antwort des Motor-Tacho-Systems zeigt dessen Trägheit. Sie wird durch eine Strecken-Zeitkonstante T.S (hier T.S=1s) beschrieben. Zur Bestimmung von T.S legt man eine Anfangs-Tangente an die Sprung-Antwort. Sie schneidet den Endwert bei T.S.

Zur Drehzahl- Steuerung gehören zwei Verzögerungen mit ihren Zeit-Konstanten:

1. Die mechanische **Motor-Zeitkonstante T.M** des Motors und Tacho. Sie entsteht durch deren Drehmasse, die beschleunigt und verzögert werden muss. T.M liegt hier im Sekunden-Bereich.
   Im Kapitel 4 Mechanik lernen wir, wie man mechanische Zeitkonstanten aus der Dreh-Masse, ihren Abmessungen und der Reibung des Systems berechnet.
2. Die **Zeitkonstante T.G** dient zur Glättung der Tacho-Spannung. T.G ist notwendig, da die Tacho-Spannung durch Kommutierung der induzierten Wechselspannung entsteht.
   T.G = C·R wird durch ein RC-Glied realisiert. Damit die Glättung auch bei niedrigen Drehzahlen funktioniert, soll T.G so groß wie möglich sein. Andererseits muss sie kleiner als die dominierende Motor-Zeitkonstante T.M sein, damit die Drehzahl-Messung dynamisch nicht zu sehr verzögert wird. Daher die Forderung: **T.G<<T.S**.

Die Dimensionierung der RC-Glättung
Bei einer Motor-Zeitkonstanten **T.M=1s** entscheiden wir uns hier für **T.G ≈ T.M/3=C·R.G**, hier also ca. **T.G=0,3s**. Sollte man beide Drehrichtungen einstellen wollen, muss C ein ungepolter Elko sein – z.B. C=1µF. Dann muss R.G=0,3MΩ sein.

R.G ist das Maß für die Belastbarkeit der RC-Glättung. Nur wenn der Eingangs-Widerstand des Reglers groß gegen R.G ist, kann die Glättung als unbelastet angesehen werden.

Bei nur einer Drehrichtung kann T.G durch einen gepolten **Kondensator C.G=1mF (Elko) und einen Widerstand R.G=330Ω** (Normwert) realisiert werden. Damit wird **T.G = 0,33s.**

Die Strecken-Zeitkonstante T.S
Die Strecken-Zeitkonstante T.S dient zur Beschreibung der Trägheit der gesamten Motor-Tacho-Anordnung. Im Kapitel 4 Mechanik lernen wir, wie man mechanische Zeitkonstanten aus der Dreh-Masse, ihren Abmessungen und der Reibung des Systems berechnet

Der Schnittpunkt der Anfangs-Tangente mit dem Endwert der Sprungantwort markiert die Strecken-Zeitkonstante T.S. Da die Glättungs-Zeitkonstante T.G kleiner als T.M ist, bestimmt T.S den Einschalt-Vorgang und T.S ist nur geringfügig größer als die Motor-Zeitkonstante T.M.

Die Strecken-Verstärkung V.S
V.S beschreibt Drehzahl-Steuerung von der Ankerspannung u.A zur geglätteten Tacho-Spannung u.x im Leerlauf :

V.S = U.T/U.A = k.M·k.T

Zahlenwerte:
Für den Motor ‚Elefant' ist **k.M = 40(rad/s)/V = 400(U/min)/V**
Mit **k.T = 25mV/(rad/s)=167mV(U/min)** wird **V.S = 1**.

Zum Regler und zum Stellverstärker
Wie Sie im Kapitel 8 **Elektronik** nachlesen können, wird V.P durch die Beschaltung eines **Operations-Verstärkers** mit einem **Spannungs-Teiler R.R/R.E** in der Rückführung eingestellt. Durch das Widerstands-Verhältnis ist es sehr einfach, gewünschte Proportional-Verstärkungen V.max zu erzeugen. Durch ein vorgeschaltetes Potenziometer wird V.P stetig einstellbar.

Die Pulsbreiten-Modulation
Größere Leistungen müssen verlustarm – also durch Schalter – gesteuert werden. Für Gleich-Spannungen erfolgt dies durch Pulsbreiten-Modulatoren. Das sind Rechteck-Oszillatoren mit elektrisch steuerbarem Tast-Verhältnis. Sie ermöglichen bei Motoren die quasi-kontinuierliche Steuerung des Strom-Mittelwerts. Die Oszillations-Frequenz muss so hoch eingestellt werden. das der Ankerkreis des Motors den Strom mittelt. Dadurch lassen sich Drehzahlen theoretisch verlustfrei steuern.

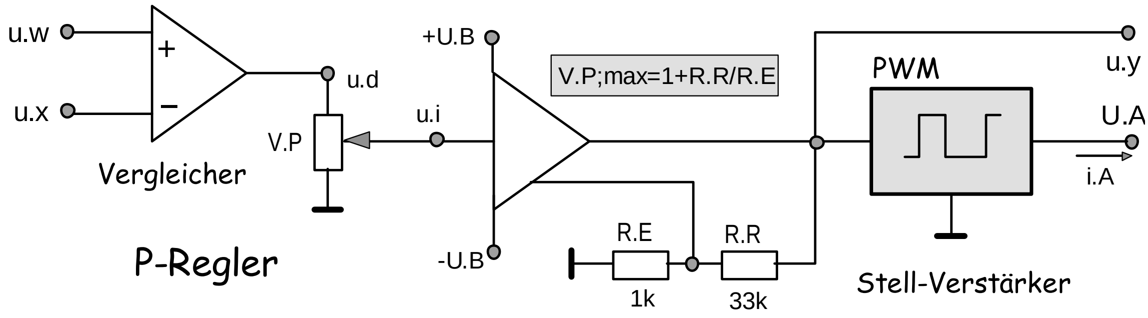


Abb. 2-139 Aufbau eines Proportional-Reglers mit Vergleicher, Fehler-Verstärker mit durch ein Widerstands-Verhältnis R.R/R.E einstellbarer Verstärkung und optionalem Pulsbreiten-Modulator (PWM).

Um den elektronischen Regler bauen oder auswählen zu können, müssen seine wichtigsten Parameter bekannt sein. Diese sind

- Die Versorgungs-Spannungen +/-U.B
- Der Maximalstrom I.B und
- Die benötigte Differenz-Verstärkung V.max.

Die erforderliche **Proportional-Verstärkung V.max** ergibt sich, wie bei der **Optimierung** des Reglers noch erläutert werden wird, aus den Verzögerungen der Regelstrecke. Für unsere Drehzahl-Regelung ist **V.max=30** ausreichend.

Zur Strom-Versorgung
Die erforderliche maximale Regler-Versorgungs-Spannungen +U.B und –U.B ergeben sich aus der Nenn-Spannung der Regelstrecke, hier eines 12V-Motors. Bei Voll-Last und stabiler Drehzahl muss die Regler-Spannung u.y, hier die Anker-Spannung U.A, noch um den inneren Spannungs-Abfall des Motors **U.RA = R.A·I.N** größer sein.

Zahlenwerte:
Den Nenn-Strom I.N des Reglers berechnen wir aus der angegebenen Nenn-Leistung:
P.N=U.N·I.N – hier P.N=18W und U.N= 12V -> I.N = P.N/U.N – hier **1,5A**.
Das ist auch der **Versorgungs-Strom ±I.B**, für den der Stellverstärker ausgelegt sein muss.

Mit I.N - hier 1,5A - und R.A - hier 1,1Ω - errechnen wir den maximalen Spannungs-Abfall am Anker-Widerstand: **U.RA;max=1,7V.** Da die Nenn-Spannung des Motors 12V ist, erfordert dies eine maximale Anker-Spannung **U.A;max=U.N+U.RA;max,** hier **13,5V.** Da elektronische Verstärker auch innere Verluste haben, müssen sie mindestens um 1,5V höher versorgt werden. Daher muss dieser Regler mit mindestens mit ±**U.B=15V** betrieben werden.

Die Nenn-Leistung erzeugt in einem kontinuierlich betriebenen Regler Verluste in der Größenordnung der Motor-Leistung, hier 18W. Der dazu nötige **Kühlkörper** muss entsprechend groß sein. Wie Kühlkörper dimensioniert, ist im **Kapitel 13 Wärme-Technik** nachzulesen.
Zum Pulsbreiten-Modulator (*pulse-width modulation* PWM)

Um die hohen Verluste des Stellverstärkers zu vermeiden, kann der Regler mittels **Pulsbreiten-Modulator PWM** schaltend betrieben werden. Dabei ist das Tast-Verhältnis (ein/aus) eines Rechteck-Oszillators bei fester Frequenz f.0 durch eine Steuer-Spannung einstellbar. Da hier nur mit elektronischen Schaltern gearbeitet wird, sind die Verluste des PWM gering. Die Oszillator-Frequenz f.0 wird gerade so hoch eingestellt, dass der Steuerstrom durch die Glättung der Tacho-Spannung gut gemittelt wird; f.0>1/T.G.

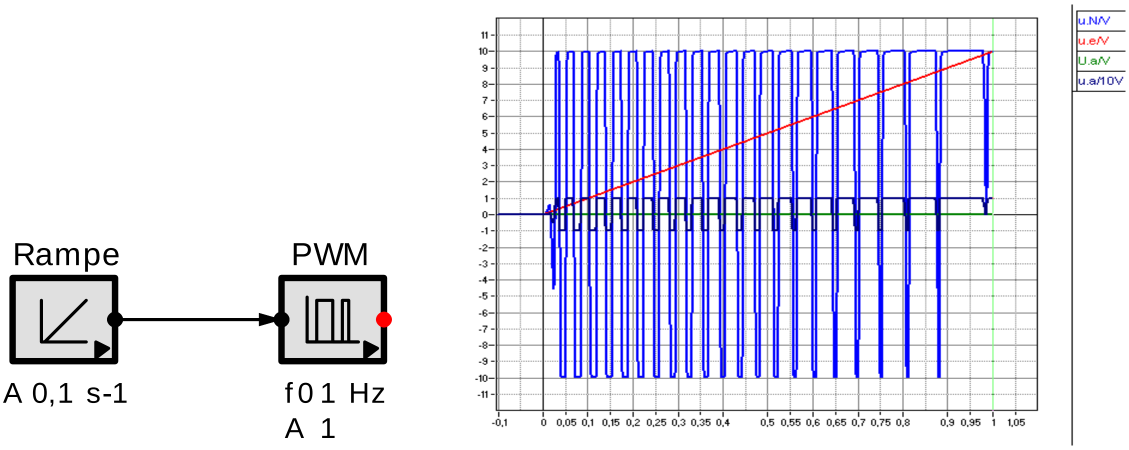


Abb. 2-140 Simulierter Pulsbreiten-Modulator: Die Steuerspannung u.e=0…10V variiert das Tastverhältnis von 0 bis 100%. Entsprechend ändert sich die mittlere Ausgangs-Spannung von 0 bis 100%. Da entweder Strom oder Spannung Null sind, entsteht dabei keine Verlust-Leistung.

Mit Pulsbreiten-Modulator PWM ist allerdings nur noch eine Dreh-Richtung einstellbar. Einzelheiten zum PWM finden Sie im Kapitel 8 Elektronik im Abschnitt ‚Schaltungs-Technik'.

1.1.2.1 Die technischen Daten eines Gleichstrom-Motors

Hersteller geben zu ihren Motoren technische Daten an. Sie zu verstehen, ist ohne die Vierpol-Theorie reine Glückssache. Durch die Vierpol-Theorie wird der Motor durch einen minimalen Satz von Parametern beschrieben. Das soll am Beispiel eines Motors **der Fa. Faulhaber**, deren Dokumentationen besonders ausführlich sind, gezeigt werden.

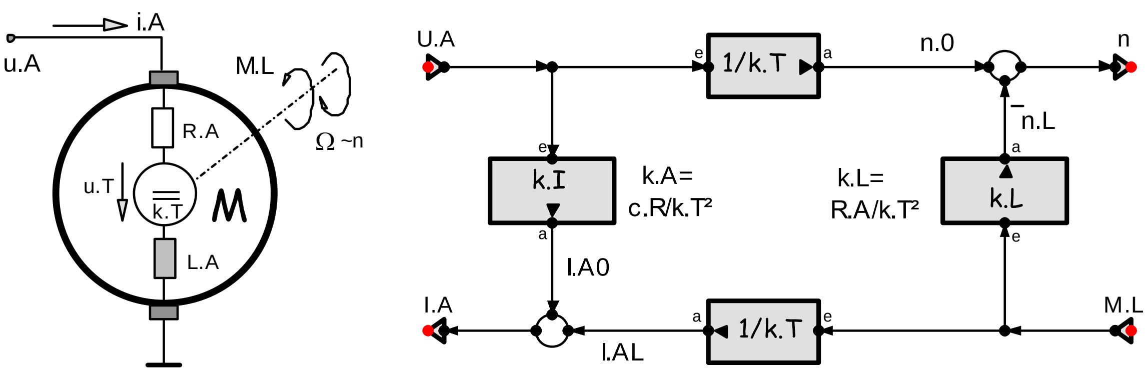


Abb. 2-141 Im folgenden sollen die Zusammenhänge zwischen den Daten eines Motor-Herstellers und den Vierpol-Parametern eines Motors erläutert werden.

Zunächst zeigen wir Ihnen die angegebenen technischen Daten eines Faulhaber-Motors der **Serie 2233 006S**. seine **Nenn-Spannung ist 6V**, das **Nenn-Moment** wird mit **3mNm = 0,3Ncm** angegeben. Die einzelnen Punkte werden anschließend erläutert.

DC-Kleinstmotoren **FAULHABER**

Serie 2233 ... S **3 mNm**

		2233 T	006 S	
1	Nennspannung	U_N	6	Volt
2	Anschlusswiderstand	R	2,9	Ω
3	Abgabeleistung	$P_{2\,max.}$	3,06	W
4	Wirkungsgrad	$\eta\ max.$	85	%
5	Leerlaufdrehzahl	n_0	8 000	rpm
6	Leerlaufstrom (bei Wellen ø 1,5 mm)	I_0	0,013	A
7	Anhaltemoment	M_H	14,60	mNm
8	Reibungsdrehmoment	M_R	0,09	mNm
9	Drehzahlkonstante	k_n	1 340	rpm/V
10	Generator-Spannungskonstante	k_E	0,745	mV/rpm
11	Drehmomentkonstante	k_M	7,12	mNm/A
12	Stromkonstante	k_I	0,141	A/mNm
13	Steigung der n-M-Kennlinie	$\Delta n/\Delta M$	548	rpm/mNm
14	Anschlussinduktivität	L	130	µH
15	Mechanische Anlaufzeitkonstante	τ_m	11	ms
16	Rotorträgheitsmoment	J	1,90	gcm²
17	Winkelbeschleunigung	$\alpha\ max.$	76	·10³rad/s²

Abb. 2-142 Auszug aus einem Motor-Datenblatt. Die einzelnen Punkte werden anschließend erklärt. Dabei wird sich zeigen, dass die hier gemachen Angaben redundant sind. Zur Berechnung der angegebenen Motor-Konstanten werden nur drei Vierpol-Konstanten (hier k.T, K.I und k.L) benötigt.

Zu 1: Anker-Nennspannung **U.AN=6V**.

Zu 2: Ankerwiderstand **R.A =2,9Ω.** Er heißt bei Fa. Faulhaber Anschlusswiderstand R.

Zu 3: Angegeben wird die kurzzeitig abgebbare Leistung des Motors ist **P.max = 3W**. Das ist nur bei entsprechender Kühlung eine Dauerleistung. Für unsere Berechnungen benötigen wir die mechanisch abgebbare Nennleistung für Dauerbetrieb. Da dazu die Angabe fehlt, nehmen wir an:
n.N=600rad/s≈6000U/min, Mit **M.N=3mNm** wird **P.mech = 1,8W < P.max**.
Dazu gehört ein Anker-Nennstrom **I.AN**=P.N/U.AN = **0,3A.**

Zu 4: Der **Wirkungsgrad η** wird mit 85% angegeben – vermutlich bei maximaler Drehzahl gemessen. Um η berechnen zu können, müssen wie es zuerst definieren:

$$\eta = \frac{P.mech}{P.mech + P.Rbg + P.RA}$$

P.mech ist die Nennleistung des Motors, hier 1,8W. Zur Berechnung des Wirkungsgrades η müssen die mechanischen **Reibungs-Verluste P.Rbg(n)** und die **elektrischen Verluste P.RA=R.A*I.A²** im **Ankerwiderstand R.A** berechnet werden.

Zu 5: Die Leerlauf-Drehzahl wird mit n.0=8000U/min angegeben. Für die Berechnungen benötigen wir sie in rad/s. Der Umrechnungsfaktor ergibt sich aus Umdrehung U =2π rad und min = 60s: n.0 = 837 rad/s.

Zu 6: Hier wird der Leerlaufstrom **I.A0=13mA** angegeben. Das ermöglicht die Berechnung Des Spannungs-Verlusts am Ankerwiderstand **U.RA(LL)=R.A*I.A0 ≈ 40mV**.
Das ist klein gegen die Nennspannung U.AN=6V. Deshalb können wir aus U.A0 und n.0 die Tachokonstante des Motors berechnen:

k.T ≈ U.A0/n.0 = **7,1mVs**.

Aus I.A0 und R.A erhalten wir die elektrischen Verluste des Motors im Leerlauf:
P.RA = U.RA*I.A0 = R.A*I.A0² **≈ 0,5mW**.
I.A0 dient zur Deckung der Reibungs-Verluste. Sie werden unter Punkt 8 berechnet.

Zu 7: Hier wird das Lastmoment an der Welle angegeben, dass sie auf null abbremst. Es ist etwa das 5-fache des Nenn-Moments.

Zu 8. Hier wird das Reibmoment M.Rbg = k.T*I.A0 = c.R*n.0 im Leerlauf genannt: M.Rbg(n.0) = 90µNm. Mit n.0=600rad/s können wir die Reibungs-Konstante des Motors bestimmen:

c.R = M.Rbg/n.0 = 0,15µNms.

Aus M.Rbg und n.0 errechnen wir die mechanische Verlustleistung des Motors im Leerlauf: **P.Rbg** = M.Rbg*n.0 = **75mW**.

Damit kann der Wirkungsgrad ηdes Motors (siehe oben) berechnet werden.
Im **Leerlauf** sind die elektrischen Verluste (0,5mW) klein gegen die mechanischen (75mW). Dann wird P.ges ≈ P.mech+P.Rbg und **η ≈ P.mech/P.ges = 97%.**
Bei **Nennlast (3mNm entsprechen 0,3A)** sind die elektrischen Verluste **P.RA**=R.A*I.AN = 2,9Ω*0,3A²=**260mW** groß gegen die mechanischen Verluste.
Dann wird P.ges ≈ P.mech+P.RA=2W+0,26W=2,26W und **η ≈ P.mech/P.ges =88%.**
Das ist in etwa die Herstellerangabe (85%) .

Zu 9: Die hier genannte Drehzahl-Konstante k.n = 1340(U/min)/V = 140/Vs ist etwas kleiner als die reziproke Tacho-Konstante 1/k.T. Sie wird hie Motor-Konstante k.M genannt.

Zu 10: Die hier angegebene Generator-Konstante k.E = 0,754 mV/(U/min) ist nichts anderes als die Tacho-Konstante k.T=U.A0/n.0.

Zu 11: Die Drehmoment-Konstante k.M ist ebenfalls die Tacho-Konstante k.T = M.A/I.A0, hier nur in mNm/A.

Zu 12: Die hier angegebene Strom-Konstante k.I =ΔI.A/ΔM.L= 1/k.T ist wieder die reziproke Tacho-Konstante – hier in A/Nm.

Zu 13: Die Steigung, bzw. das Gefälle, der Belastungs-Kennlinie heißt in dieser ‚Strukturbildung' Belastungs-Konstante **k.L=Δn/ΔM.L**.
k.L ist hier 548(U/min)/mNm = 57(rad/s)/mNm.

Bei der Erklärung des Motors wurde gezeigt, dass die **mechanische** Lastabhängigkeit der Drehzahl durch den e**lektrischen** Ankerwiderstand R.A entsteht. Zur Berechnung von **k.L = R.A/k.T²** wird das Quadrat der Tacho-Konstanten k.T benötigt.

Zu 14: Die Anker-Induktivität L.A heißt hier einfach Anschluss-Induktivität L. Durch sie entsteht eine Verzögerung T.el=L.A/R.A des Ankerstroms. Mit L.A=130µH und R.A=3Ω ist T.el=43µs. Das ist gegen die mechanische Zeitkonstante, die im nächsten Punkt angegeben wird, zu vernachlässigen.

Zu 15: Mit der mechanischen Zeitkonstante T.mech, hier 11ms, kann die Beschleunigung **α=dΩ/dt = M.A/J** der Motorwelle aus dem Antriebs-Moment M.A=k.T*I.A oder aus dem Ankerstrom I.A berechnet werden. Die zugehörige Konstante heißt **Rotor-Trägheitsmoment J.** Was darunter zu verstehen ist und wie man J aus der Ankermasse und seinem Radius berechnet, erfahren Sie im Kapitel 4 ‚Mechanische Dynamik'.

Zu 16 und 17:
Die in Punkt 17 angegebene maximale Beschleunigung α.max der Motorwelle wird durch Einschalten der Nennspannung U.AN, hier 6V, gemessen. Dann entwickelt der Motor sein Nenn-Moment M.N.
Das Massenträgheitsmoment **J=M.N/α.max** ist das unter Punkt 16 genannte Rotor-Trägheits-Moment. Im **Kapitel 4 Mechanik** erfahren Sie, dass die mechanische Zeitkonstante **T.mech = J/c.R**, hier 11ms, durch J und die Reibung c.R bestimmt wird.

Im Kapitel 4 wird die **Winkelbeschleunigung α=M.A/J** eines Motors gemessen. Dort wird erklärt, dass das **Massenträgheitsmoment J** die Analogie zur trägen Masse m bei Linear-Beschleunigungen a ist und wie man es berechnet: Jim/r².

Fazit:
Zur Berechnung des Motors als **Vierpol** (siehe oben) werden nur **drei Parameter** gebraucht:
- Die **Tacho-Konstante k.T** für die Drehzahl und die Strom-Rückwirkung
- Der **Ankerwiderstand R.A** -> die Belastungs-Konstante **k.L=R.A*k.T²**
- Die **Reibungs-Konstante c.R** -> die Ankerstrom-Konstante **k.a=c.R/k.T².**

Zusammenfassung: Die Eigenschaften einer Drehzahl-Steuerung

1. Die Motor-Größe bestimmt die Leistung des Systems
2. Die Drehzahl ist Last-abhängig
3. Drehzahl-Änderungen sind träge.
4. Nicht-Linearität bei kleinen Anker-Spannungen
   wurden bisher überhaupt noch nicht untersucht.

Ob alle drei genannten Nachteile der Drehzahl-Steuerung oder nur einzelne davon eine Rolle spielen, hängt von der jeweiligen Anwendung ab. Eine gut eingestellte Regelung vermindert alle Nachteile der Regelstrecke gleichzeitig, denn der Regler fragt nicht, `'warum ein Drehzahl-Fehler entstanden ist, sondern nur ‚ob. `Dann beseitigt er ihn, so gut es geht.

Was ‚geht' und wovon die Genauigkeit einer Regelung abhängt, wird im nächsten Abschnitt ‚Einführung in die Regelungstechnik' untersucht.