

## Leseprobe aus Kapitel 11, Signalverarbeitung, dynamisch‘ des Buchs

### „Strukturbildung und Simulation technischer Systeme“

Weitere Informationen zum Buch finden Sie unter [strukturbildung-simulation.de](http://strukturbildung-simulation.de)

Piezos können als Generator, Motor und steuerbare Widerstände betrieben werden. Der folgende Abschnitt simuliert die Betriebsart ‚Widerstand‘.

#### 1.1.1 Der Piezo-Resistor

Ist das Dielektrikum des Piezos undotiert, also **isolierend**, entsteht ein **Piezo-Kondensator**.

Ist es **dotiert**, wird er halbleitend, es entsteht ein **Piezo-Resistor**.

Widerstände berechnen sich allgemein aus einer Material-Eigenschaft, dem **spezifischen Widerstand  $\rho$**  und ihrer Geometrie:  $R = \rho \cdot d/A$  – mit der **Dicke  $d$**  und dem **Querschnitt  $A$** . Daraus ergibt sich die relative Widerstands-Änderung bei Stauchung oder Dehnung:

$$\Delta R/R = \Delta l/l_0 - \Delta A/A_0 + \Delta \rho/\rho$$

Die beiden ersten Terme kompensieren sich bei Druck und Zug.

Der letzte Term beschreibt den Piezo-resistiven Effekt: die relative Widerstands-Änderung durch Änderung der Ladungsdichte. Er ist bei Halbleitern wegen ihrer großen Ladungsträger-Beweglichkeit besonders ausgeprägt. Das lässt sich z.B. zur Beschleunigungs- oder Druckmessung ausnutzen: 4 Piezo-Resistoren in Brückenschaltung bilden einen Druck-Sensor. Ein nachgeschalteter Differenzverstärker macht daraus einen Druckmesser.

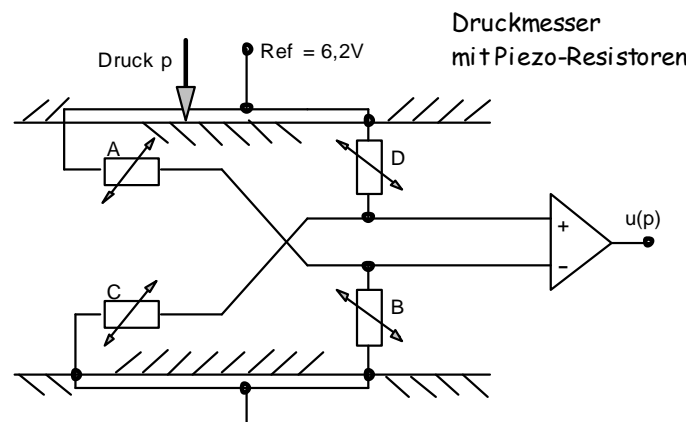


Abb. 11-34 Druckmesser mit Piezo-Sensoren in Brücken-Schaltung: Die Piezos B und D des verringern bei Druck ihren Widerstand, A und C vergrößern ihn. So gerät die Brücke aus dem Gleichgewicht. Der nachgeschaltete Differenz-Verstärker mit zwei hochohmigen Eingängen (Instrumenten-Verstärker) zeigt den Druck als Spannung an. Da alle Piezo-Resistoren gleich sind, ist die Schaltung Temperatur-kompensiert.

**Definition der Druck-Empfindlichkeit:**

$$v.p = \frac{\Delta u.e}{U.0} = \frac{\Delta R}{R.0} = \frac{\Delta \rho}{\rho.0} = \frac{\Delta p}{p.0} \ll 1$$

Die Dichte-Variationen liegen in der Größenordnung %/bar. Darum muss die Messbrücke durch eine temperaturstabile Spannung, oft 6,2V, versorgt werden. Daraus ergeben sich Brückenspannungen von einigen 10mV/bar. Der Skalenfaktor des Druckmessers wird durch die Differenzverstärkung festgelegt.

### 11.2.1 Die Piezo-Konstanten

Im Folgenden werden nur noch Piezo-Kondensatoren verwendet. Bei ihnen liegt der Innere **Verlustwiderstand R.P** in der Größenordnung **10GΩ**. Er bildet mit dem Piezo-Kondensator C.P eine elektrische **Zeitkonstante T** in der **Größenordnung Sekunden**. Das Ziel ist hier, das Verhalten des Piezos als Generator und Motor zu berechnen, um für jede Anwendung den passenden Piezo auswählen zu können. Dazu muss seine Struktur – direkt als Generator und invers als Motor - gefunden werden. Dazu sind die in ihr vorkommenden Parameter zu bestimmen.

#### Wichtige Piezo-Parameter

Piezos sind **statische elektromechanische Wandler**. Im Gegensatz zu dynamischen Generatoren, die aus einer Drehzahlen elektrische Spannungen erzeugen, entsteht beim **Piezo-Generator** aus einer **Kraft F.P** die **Piezo-Spannung u.P**. Umgekehrt erzeugt der dynamische Motor aus dem Ankerstrom ein Drehmoment. Der **Piezo-Motor** erzeugt aus seiner **Klemmen-Spannung u.P** eine **Antriebskraft F.P**.

Als erstes definieren wir die **Piezo-Konstante k.P**, die den Piezo als elektromechanischen Wandler beschreibt. Der Zusammenhang zwischen elektrischen und mechanischen Größen ergibt sich aus der **Gleichheit von mechanischer und elektrischer Arbeit** beim verlustfreien Piezo (keine innere Reibung k.R, kein Verlustwiderstand R.P-> ∞).

**W.mech** = **F.P** · **x** – mit der Dicke-Änderung **x** und der Piezo-Kraft **F.P**.

**W.el** = **u.P** · **q** – mit der Ladungsverschiebung **q** und der Klemmenspannung **u.P**.

Aus  $F.P \cdot x = u.P \cdot q$  definiert sich die Piezo-Konstante so: **k.P** = **q/F.P** = **x/u.P**.

k.P ist eine für jeden Piezotyp individuelle Konstante, die von vielen Herstellern angegeben wird. Ihr Wert liegt in der Größenordnung **nAs/N = nm/V**. Einige Piezo-Hersteller geben die aus den gemessenen Kennlinien berechneten Piezo-Konstanten an, andere zeigen auch die Kennlinien selbst. Sie besitzt eine deutliche Hysterese:

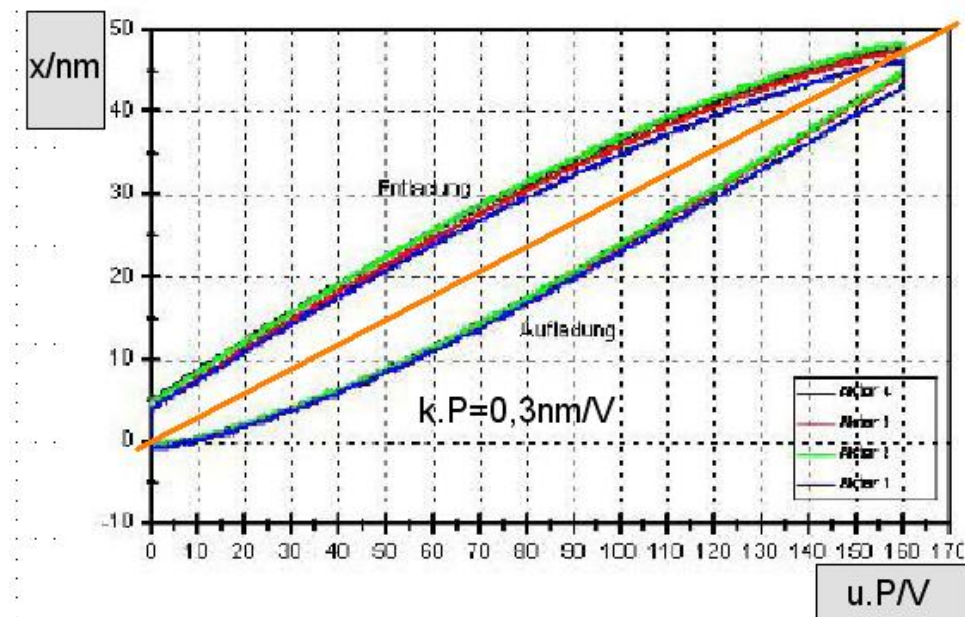
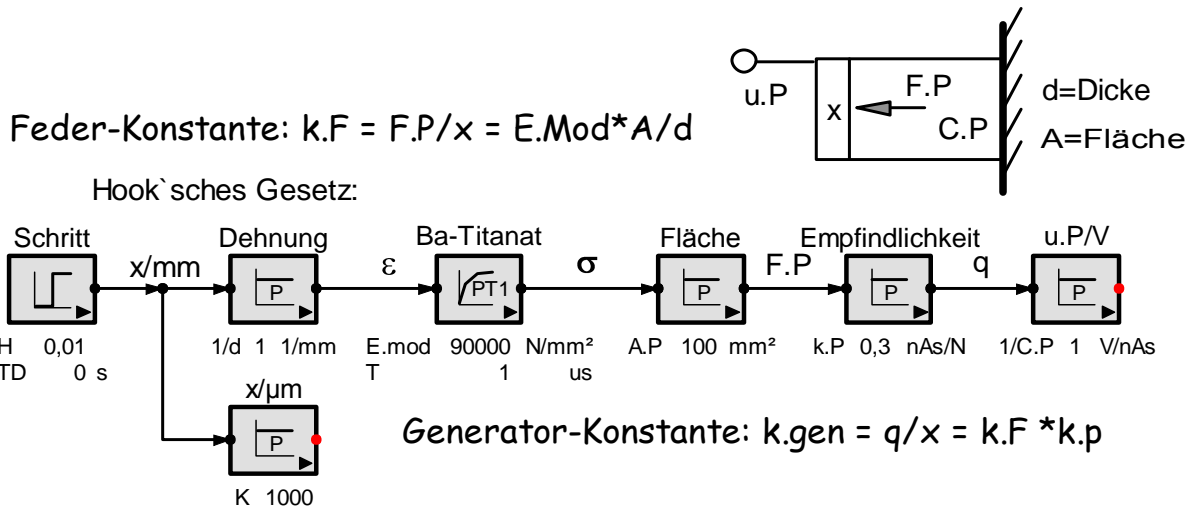


Abb. 11-35 Die Dicke-Änderung eines Piezos – unten: Belastung, oben: Entlastung. Die mittlere Steigung zeigt die Piezo-Konstante k.P, hier 0,3nm/V.

Für das folgende Beispiel soll mit  $k.P = 0,3 \text{ nm/V}$  für die Berechnung der **Dickeänderung durch Spannung** und mit  $0,3 \text{ nAs/N}$  für die **Ladungsverschiebung durch Kraft** gerechnet werden.

### Die Federkonstante $k.F = E.Modul \cdot A/d$

Der Kraft auf die Piezo-Flächen hält die Federkraft des Dielektrikums das Gleichgewicht, die eine Federkonstante  $k.F = F.P/x$  beschreibt. Man berechnet sie aus einer Materialeigenschaft, dem **Elastizitätsmodul E.mod** und dem Verhältnis  $A/d$  aus der Fläche  $A$  und Dicke  $d$ .



Struktur 11-5 Generator-Konstante: Darstellung des Generatorbetriebs über die beteiligten Materialkonstanten

### Barium-Titanat: E-Modul $\approx 10^5 \text{ N/mm}^2$ ;

$A = 100 \text{ mm}^2$ ;  $d = 1 \text{ mm}$   $\rightarrow A/d = 100 \text{ mm} = 0,1 \text{ m}$  - ergibt  $k.F = 10 \text{ N/nm}$ .

Vergleicht man die Elastizitäts-Moduln von Barium-Titanat und Stahl, so erkennt man, dass der Piezo etwa fünfmal steifer ist.

### Die Piezo-Masse $m = \rho \cdot A \cdot d$

Sind die Abmessungen des Piezos gegeben, lässt sich seine Masse  $m.P$ , die zur dynamischen Analyse gebraucht wird, berechnen. Dazu benötigen wir das **Volumen  $A \cdot d$**  und die **Dichte  $\rho$**  des Dielektrikums. Die Dichte von Barium-Titanat ist bekannt:  $0,0058 \text{ g/mm}^3$

Die Abmessungen des Beispiel-Piezos seien  $A = 100 \text{ mm}^2$  und  $d = 1 \text{ mm}$ .

Damit ist seine Masse  $m = 0,0058 \text{ g/mm}^3 \cdot 100 \text{ mm}^2 \cdot 1 \text{ mm} \approx 0,6 \text{ g}$ .

### Die mechanische Piezo-Zeitkonstante $T.mech = \sqrt{m/k.F}$

Zahlenwert:  $m=0,6 \text{ g}$ ;  $k.F=10 \text{ N/nm}$  - ergibt  $T.mech=0,24 \mu\text{s}$ .

Diese Zeitkonstante begründet eine mechanische Resonanz, auf die im nächsten Punkt 'Piezo-Dynamik' noch näher eingegangen werden wird.

Anwendung: **Quarzuhr**. Ein Quarz wird elektrisch zu Dauer-Schwingungen angeregt (RC-Oszillator), die gezählt werden. Ihre Langzeit-Genauigkeit entsteht dadurch, dass **Masse und Feder weitgehend Temperatur-unabhängig** sind.

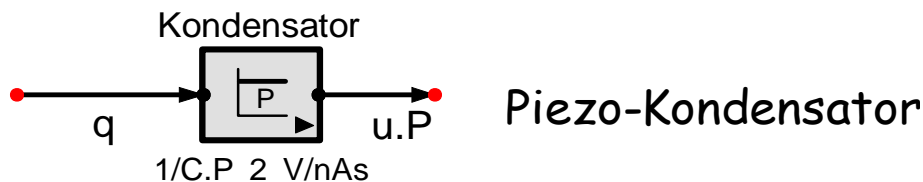


Abb. 11-36 Schwingquarz bei geöffnetem Gehäuse

Die **Piezo-Kapazität**  $C.P = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A/d$

Beispiel: **Barium-Titanat**:  $\epsilon_r = 2260$  (typisch);  $\epsilon_0 = 8,85 \text{ pAs/m}$ ;

$A = 100 \text{ mm}^2$ ;  $d = 1 \text{ mm} \rightarrow A/d = 100 \text{ mm} = 0,1 \text{ m}$  ergibt  $C.P = 2 \text{ nF}$



**Struktur 11-6 Piezo-Generator:** Bei offenen Klemmen erzeugt die Kraft auf einen Piezo eine hohe Spannung (Gasanzünder).

Der **Piezo-Widerstand**  $R.P = \rho \cdot l/A$

Für unser Beispiel ist  $A = 100 \text{ mm}^2$  und  $d = 1 \text{ mm} \rightarrow l/A = 10 \text{ cm}$ .

Der Spezifische Widerstand von Barium-Titanat ist dem Autor nicht bekannt. Er ist aber deutlich niedriger als der von Quarz, der mit größer  $10^{17} \Omega \text{ cm}$  angegeben wird.

Wir rechnen hier mit  $R.P = 1000 \text{ M}\Omega$ .

Die **elektrische Piezo-Zeitkonstante**  $T.el = C.P \cdot R.P$  beschreibt die Langsamkeit, mit der sich ein Piezo auf den bei offenen Anschlüssen eine Kraft ausgeübt wird, intern entlädt.

Wir schätzen ihre Größenordnung ab:

$C.P = 2 \text{ nF} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ F}$ ,  $R.P = 1000 \text{ M}\Omega$ , ergibt  $T.el = 1 \text{ s}$ .

Zunächst soll nun das statische Verhalten des Piezos untersucht werden. Darunter ist der eingeschwungene Zustand nach sprunghafter Anregung zu verstehen. Auf die Dynamik des Piezos wird im letzten Punkt dieses Abschnitts eingegangen