

Leseprobe aus Kapitel 1 ‚Von der Realität zur Simulation‘ des Buchs

‚Strukturbildung und Simulation technischer Systeme‘

Weitere Informationen zum Buch finden Sie unter strukturbildung-simulation.de

Zu Kapitel 1

‚Einführung in die Regelungstechnik‘,

Aus Abschnitt 7: Drehzahl-Steuerung und -Regelung

1.1 Drehzahl-Steuerung und -Regelung

Motoren sind die am Häufigsten anzutreffenden Stellglieder (-> Servo-Motoren). Um ihre Drehzahl regeln zu können, muss ein Tacho-Generator angeflanscht sein. Motor und Tacho bilden dann die Regelstrecke. Um sie simulieren zu können, muss ihre **äußere Wirkungsweise** bekannt sein.

Zur Funktion elektrischer Gleichstrom-Maschinen

Elektrische Maschinen wandeln mit Hilfe magnetischer Felder elektrische Leistung in mechanische um und umgekehrt. Sie bestehen im einfachsten Fall aus einem feststehenden Dauermagneten (Stator), in dessen Feld eine Spule drehbar gelagert ist (Rotor=Anker). Solch eine Maschine kann sowohl als Generator als auch als Motor verwendet werden.

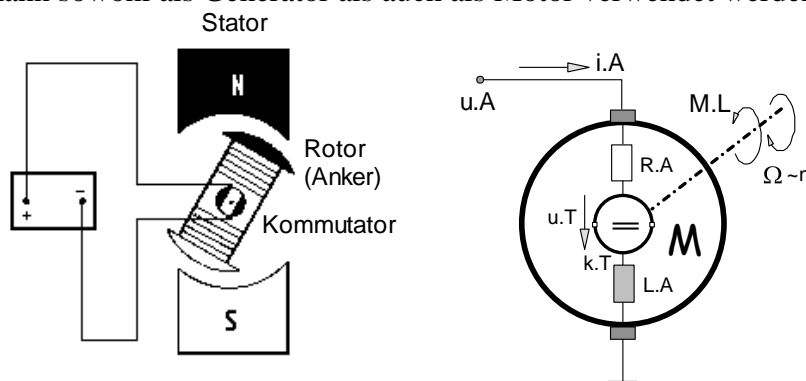


Abb. 1.1.1-1 Der Aufbau eines Elektro-Motors oder -Generators: Eine Spule ist im Feld eines Dauermagneten drehbar gelagert. Generator: Wird die Spule gedreht, so wird eine Wechselspannung $u.T$ induziert, die der Drehzahl n und der Stärke der Magneten proportional ist. Der Kommutator ist ein Gleichrichter für die Drehzahl-proportionale Tacho-Spannung $u.T$.

Wir beginnen mit dem stationären Verhalten von Motor und Generator: Drehzahl und Belastung sind konstant. D.h., dass alle Steuerungen so langsam erfolgen, dass Zeitverhalten (der Anlauf-Vorgang) noch keine Rolle spielt.

Ebenso unberücksichtigt bleiben auch die Nichtlinearität des Motors: Die Ansprechschwelle durch Haftreibung und die Kommutierungs-Spannungen durch die Stromwender-Bürsten (beides wichtig bei kleinen Drehzahlen). Ausführlich behandelt und simuliert werden die Nichtlinearitäten und die Motor-Dynamik im **Kapitel 6 ‚Elektrische Maschinen‘**.

Im **Generator-Betrieb** wird die Welle gedreht. Das induziert in der Spule eine Wechselspannung, die von einem Stromwender (Kommutator) gleichgerichtet wird. Bei realen Maschinen werden mehrere Spulen auf dem Umfang verteilt. Dadurch wird die kommutierte Wechselspannung einer Gleichspannung ähnlich.

Zur statischen Simulation des elektro-mechanischen Wandlers wird eine **Tacho-Konstante $k.T$** und eine **Motor-Konstante $k.M$** benötigt. Wie diese aus den vom-Motor-Hersteller angegebenen Daten bestimmt werden, wird zuerst gezeigt.

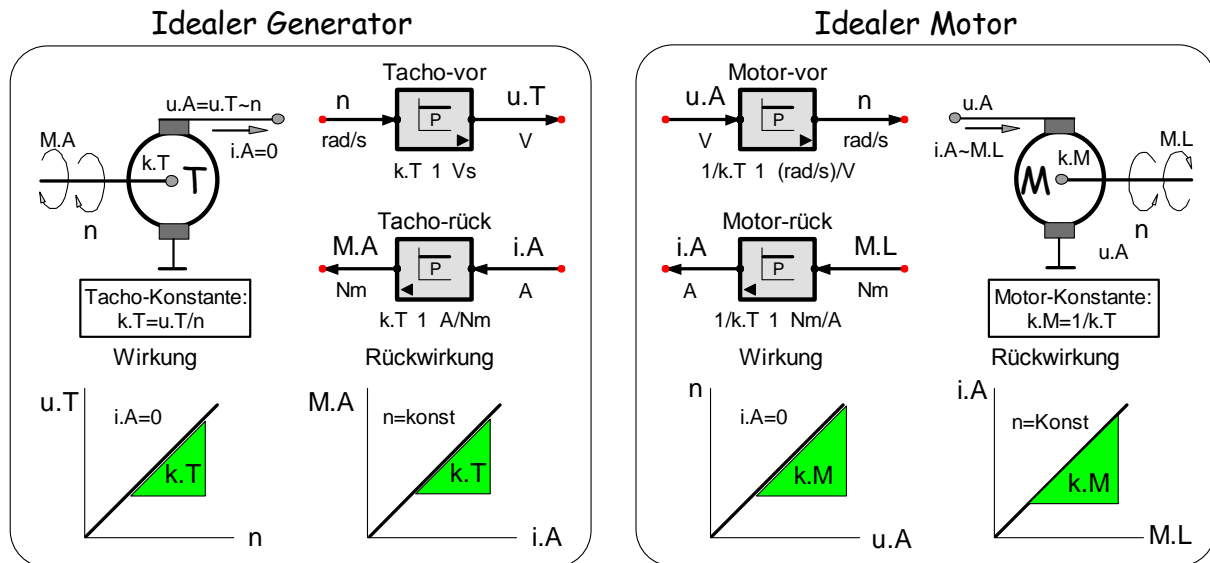


Abb. 1.1.1-2 Die Wirkung und Rückwirkung beim idealen Generator und Motor. Zur Berechnung des Generators ist eine Tacho-Konstante $k.T$ zu bestimmen. Die zur Berechnung des Motors benötigte Motor-Konstante $k.M$ ist der Kehrwert von $k.T$. Zur Berechnung wird daher nur ein Parameter, die Tacho-Konstante $k.T$, benötigt. Sie wird je nach Bedarf, einmal in Vs und ein andermal in A/Nm angegeben.

Im **Motor-Betrieb** wird eine Gleichspannung $u.A$ an die Ankerspule gelegt. Dadurch entsteht ein magnetisches Ankerfeld, das zusammen mit dem Statorfeld ein Drehmoment erzeugt. Dadurch dreht sich die Welle mit einer **Drehzahl n** die so groß ist, dass die im Anker induzierte und gleichgerichtete **Tacho-Spannung $u.T$** annähernd so groß wie die äußere Anker-Spannung $u.A$ wird. Der Unterschied zwischen $u.A$ und $u.T$ treibt einen Anker-Leerlaufstrom $i.0 \sim n$, der die mechanischen Verluste des Motors deckt.

Bei **Belastung der Welle** sinkt die Drehzahl n – und damit auch die Tacho-Spannung $u.T$, sodass der Ankerstrom ansteigt. Dadurch steigt auch die zugeführte elektrische Leistung an, bis sie die an der Welle abgegebene mechanische Leistung deckt.

Drehmoment, Drehzahl und Leistung

Motoren wandeln Spannungen in Drehzahlen um, Generatoren wandeln Drehzahlen in Spannungen um. Die ideale Maschine hätte dabei keinerlei Verluste. Dann wäre die **mechanische Leistung $P.mech$** an der Welle genauso groß wie die **elektrische Leistung $P.el$** der Ankerspule.

Die mechanische Leistung $P.mech$ ist das Produkt aus einem **Drehmoment M** und der **Drehzahl n** :

$$P.mech = M \cdot n \text{ - in Nm/s = W.}$$

Beim Generator ist M das **Antriebs-Moment $M.A$** , beim Motor ist M das **Lastmoment $M.L$** .

Die **Drehzahl n** wird üblicherweise in Umdrehungen pro Minute angegeben (U/min). Das ist für Berechnungen äußerst unpraktisch, denn durch die willkürlichen Einheiten U und min entsteht ein Umrechnungs-Faktor, der die Berechnungen unübersichtlich macht. Hinter der U/min verbirgt sich, dass die Drehzahl n eine **Winkel-Geschwindigkeit $\Omega=\varphi/t$** in rad/s ist. Deshalb werden wir **n in rad/s** angeben. Weil 1Umdrehung den Winkel 2π rad hat und 1 Minute 60 Sekunden, erhalten wir als Umrechnungs-Faktor

$$U/min = 2\pi rad/60s \approx 0,1rad/s \quad \text{oder} \quad 1rad/s \approx 10 U/min.$$

Die elektrische Leistung P_{el} ist das Produkt aus der Anker-Spannung $u \cdot A$ und dem Ankerstrom $i \cdot A$:

$$P_{el} = u \cdot A \cdot i \cdot A = i \cdot A \cdot u \cdot A = W$$

Die Tacho-Konstante k_T

Beim idealen Motor und Generator ist die äußere Ankerspannung $u \cdot A$ gleich der inneren Tachospannung $u \cdot T$. Die elektrische Leistung $P_{el} = u \cdot T \cdot i \cdot A$ in der Ankerspule ist gleich der mechanischen Leistung $P_{mech} = M \cdot n$ an der Welle. Aus $u \cdot T \cdot i \cdot A = M \cdot n$ erhalten wir die **Tacho-Konstante k_T** der Maschine:

$$k_T = u \cdot T/n = i \cdot A/M = \text{in Vs} = A/Nm$$

Die **Motor-Konstante k_M** ist näherungsweise der Kehrwert der **Tacho-Konstanten k_T** :

$$k_M = n/u \cdot T \approx 1/k_T = \text{in } 1/Vs \approx 10(U/min)/V$$

Der Wirkungsgrad η einer elektrischen Maschine

Den genauen Zusammenhang zwischen der Motor-Konstanten k_M und der reziproken Tacho-Konstanten besprechen wir im Kapitel 6 Elektrische Maschinen. Dort wird gezeigt, dass das Produkt $k_M \cdot k_T$ der **Wirkungsgrad η** des Motors ist.

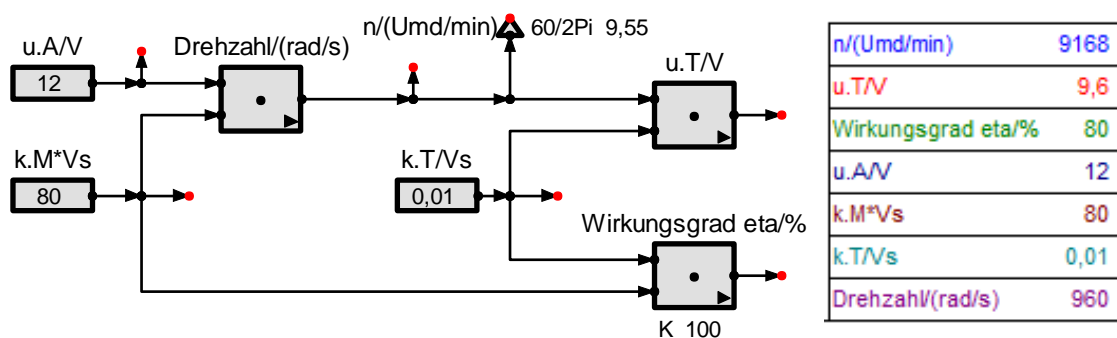


Abb. 1.1.1-3 Berechnung des Wirkungsgrades eines Motors aus seiner Motor-Konstanten k_M und seiner Tacho-Konstanten k_T .

Wie die oben abgebildeten Strukturen zeigen, dient die Tacho-Konstante k_T zur Berechnung der Wirkung und der Rückwirkung des Generators. Ihr Kehrwert, die Motor-Konstante k_M beschreibt die Wirkung und Rückwirkung des Motors. Im Folgenden werden wir k_T und k_M aus den technischen Daten des Motors bestimmen.

Der Zusammenhang $\eta = k_M \cdot k_T$ gestattet z.B. die Berechnung der Tacho-Konstanten $k_T = \eta/k_M$, wenn die Motor-Konstante k_M und der Wirkungsgrad η vom Motor-Hersteller angegeben sind.

1.1.1 Tacho-Generatoren

Bei Motoren ist die Stabilisierung ihrer **Drehzahlen n** bei wechselnden **Belastungen M.L** eine immer wiederkehrende Aufgabe. Sie wird durch den Aufbau von Drehzahl-Regelungen gelöst. Voraussetzung zur Drehzahl-Regelung ist die Messung der Drehzahlen mit Tachometern. Zur Automatisierung müssen sie einen Drehzahl-proportionalen elektrischen Ausgang haben. Dann heißen sie Tacho-Generator. Zur Realisierung des Tachos stehen zwei Möglichkeiten zur Auswahl:

- Der mechanische Tacho – ein elektro-magnetischer Wandler
- Der elektronische Tacho – gebildet aus einer Widerstands-Messbrücke.

Beide Möglichkeiten werden nun vorgestellt. Welche Variante gewählt wird, hängt von der geforderten Genauigkeit und dem akzeptierten Aufwand ab.

Der elektro-mechanische Tacho

Als Messwandler für die Drehzahl n kann ein kleiner Motor, der an die Welle geflanscht ist, dienen. Der Tacho ist ein im Leerlauf betriebener Gleichstrom-Motor. Da der Tacho keine Leistung abgibt, kann er viel kleiner als der Motor sein, dessen Drehzahl er misst. Er muss verkantungsfrei an die Motor-Welle angeflanscht werden – ein nicht unbeträchtlicher mechanischer Aufwand

Die **Anker-Spannung** des Tachos heißt dann **Tacho-Spannung u.T**. Sie ist der Drehzahl n proportional:

$$u.T = k.T \cdot n \quad \text{- mit der Tacho-Konstanten } k.T .$$

Abb. 1.1.1-1 Gleichstrom-Motor mit integriertem Tacho-Generator
Quelle: Faulhaber



Die **Anker-Spannung** des Tachos heißt dann **Tacho-Spannung u.T**. Sie ist der Drehzahl n proportional:

$$u.T = k.T \cdot n.$$

Die Drehzahl n ist eine **Winkel-Geschwindigkeit** φ/t . Der Winkel φ eines Kreis-Ausschnitts ist das Verhältnis der Bogenlänge b zum Radius R: $\varphi = b/r$. Deshalb ist die natürliche Winkleinheit der **Radian**: **1rad = m/m = 1**. Der Vollkreis hat den Umfang $U = 2\pi \cdot r = 360^\circ$. Deshalb ist $2\pi r = 360^\circ$ und **1rad = $360^\circ / 2\pi \approx 57^\circ$** .

Drehzahlen n sind Winkel φ pro Zeit t. Sie werden meist in Umdrehungen pro Minute gemessen (U/min). Ihre Grundeinheit ist das rad/s. Zur Umrechnung von U/min in rad/s verwenden wir den Faktor $360^\circ/\text{min} = 2\pi\text{rad}/60\text{s} \approx \mathbf{10(U/min) \text{ pro rad/s}}$.

Misst man n in $\text{rad/s}=1/\text{s}$, so muss die Tacho-Konstante $k.T$ in $\text{Volt}/(\text{rad/s})=\text{Vs}$ angegeben werden. Die Volt-Sekunde ist, wie im Kapitel 5 bei der Behandlung des Magnetismus noch erläutert werden wird, die Einheit des magnetischen Flusses. Deshalb bezeichnet die Tachokonstante die Stärke des im Tacho-Generator verwendeten Dauermagneten. In Kapitel 5 erfahren Sie auch Näheres zur Induktion, die die Tachospannung $u.T$ erzeugt.

Zahlenwerte zur Motor-Tacho-Kombination von Faulhaber (Abb. 1.1.1-1)

DC-Motor - Nenn-Daten

Ankerspannung $U.AN = 5V$
 Drehzahl $n = 500\text{rad/s} \sim 5000 \text{ Umdr/min}$
 Beschleunigung $dn/dt = 10\,000 \text{ rad/s}^2$
 Ankerstrom $I.AN = 0,3A$
 Drehmoment $M.A = 3\text{mNm} = 0,3 \text{ Ncm}$
 Leistung $P.N = U.A \cdot I.A = M.A \cdot n = 1,5W$

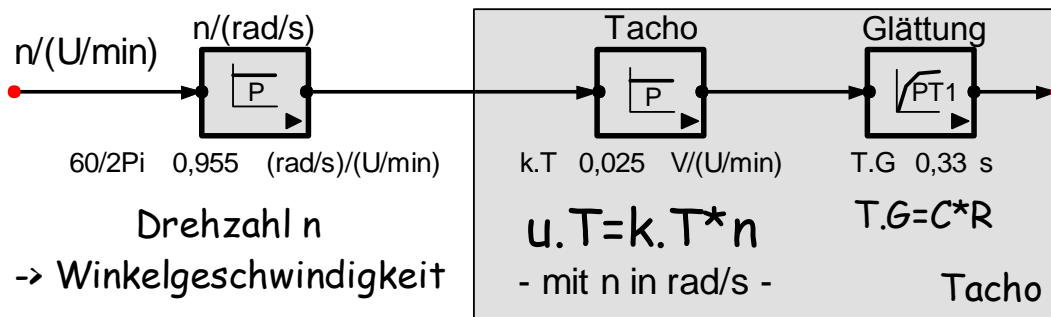
Motor-Tacho Parameter

Motor-Monstante $k.M = I.A/M.A = 1A/\text{Ncm}$
 Anker-Widerstand $R.A = 3\text{Ohm}$
 Anker-Induktivität $L.A = 3\text{mH}$
 Massenträgheitsmoment $J.ges = 0,15 \mu(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$
 Zeitkonstante $T.MT = 60\text{ms}$

Tacho-Konstante
 $k.T = U.T/n = 10\text{mV}/(\text{rad/s}) \sim 1\text{mV}/(\text{Umdr/min})$

Glättung der Tacho-Spannung

Die Drehzahl n ist der gleichgerichteten und gemittelten induzierten Tachospannung $u.T$ proportional. Bei der Kommutierung der im Tacho-Generator induzierten Wechselspannung zur Gleichspannung $u.T$ treten ständig Umschaltspitzen auf. Deshalb benötigen mechanische Tachos eine nachgeschaltete Glättung. Sie wird am einfachsten durch ein RC-Glied realisiert.



Struktur Fehler! Kein Text mit angegebener Formatvorlage im Dokument.-1 **Struktur des Tacho-Generators mit Glättung.** Um die Mess-Verzögerung klein zu halten, soll die Glättungs-Zeitkonstante $T.G$ klein gegen den Kehrwert der Kommutierungs-Frequenz sein. Wenn diese bei kleinen Drehzahlen bis in den Hz-Bereich sinken kann, muss $T.G$ im Sekunden-Bereich liegen.

Benötigt werden **Glättungs-Zeitkonstanten $T.G=C \cdot R$** in der Größenordnung Sekunde (s). Da elektrische Kondensatoren mit vertretbarer Baugröße Kapazitäten im Bereich μF besitzen, muss der Widerstand R in der Größenordnung $\text{M}\Omega$ liegen. Damit ist der geglättete Tacho-Ausgang kaum noch belastbar. Um ihn belasten zu können, müsste ein Einheits-Verstärker (Impedanz-Wandler) nachgeschaltet werden. Wenn man diesen Aufwand treiben muss, kann man den Verstärker auch zum elektronischen Tacho beschalten. Das würde den mechanischen Aufwand der Anflanschung eines Tacho-Generators ersparen.

Ein elektronischer Tacho

Beim realen Motor und Generator muss zwischen der äußeren Ankerspannung $u.A$ und der inneren, induzierten Tacho-Spannung $u.T$ unterschieden werden. Nur $u.T$ ist der Drehzahl n proportional. Die Ankerspannung $u.A$ ist um den Spannungsabfall $u.RA$ am Ankerwiderstand $R.A$ größer als $u.T$. Nur beim unbelasteten Generator ist $u.A = u.T$. Mittels einer Brückenschaltung lässt sich aus der Ankerspannung $u.A$ die Tacho-Spannung $u.T$ des laufenden Motors bestimmen. Sie kann später zur Regelung der Drehzahl verwendet werden.

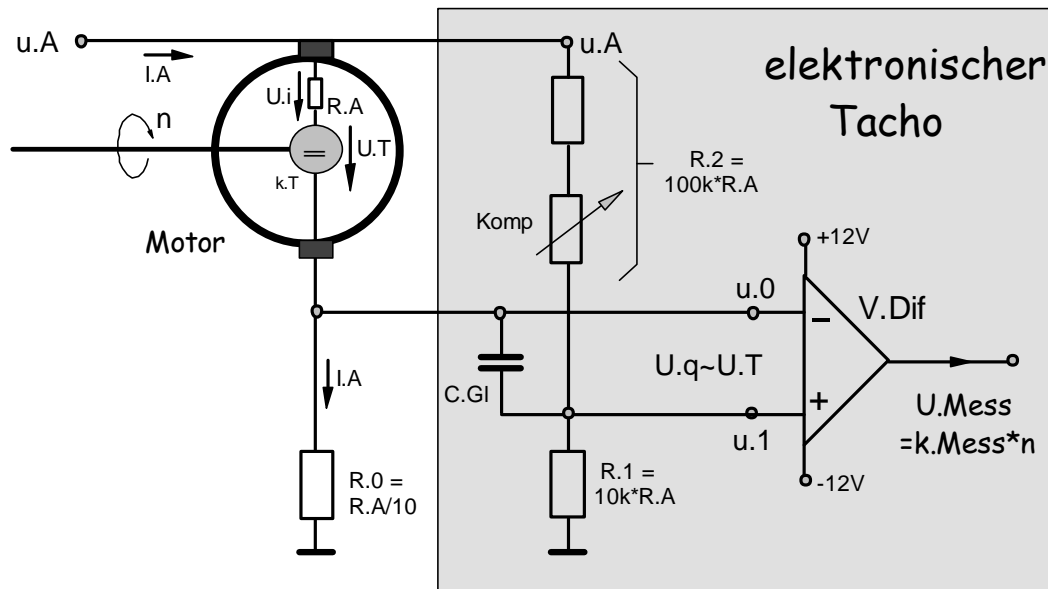


Abb. 1.1.1-2 Elektronischer Drehzahl-Messer: Ermittelt werden soll die im Motor induziert, Drehzahl-proportionale Tacho-Spannung $u.T = u.A - u.i$. Nähere Erläuterungen folgen im Text.

Die Funktion des elektronischen Tacho-Generators:

1. In den Ankerkreis des Motors wird der Widerstand $R.0$ als Strom-Sensor gelegt. Damit er keine zu hohen Verluste erzeugt, muss er klein gegen $R.A$ sein: **$R.0 = R.A/10$** .
2. Parallel zum Ankerkreis wird ein Spannungsteiler aus den Widerständen $R.1$ und $R.2$ gelegt. Das Widerstands-Verhältnis $R.2/R.1$ des Teilers wird gleich $R.A/R.0$ gemacht. Dann ist die Brücken-Querspannung $u.Dif$ bei stehender Welle ($n=0$) gleich Null.
3. Der Teiler soll deutlich hochohmiger als die Widerstände des Ankerkreises sein, um keine unnötigen Verluste zu erzeugen z.B. **$R.1 = 100 \cdot R.0$** und **$R.2 = 100 \cdot R.A$** .
4. Weiterverarbeitet wird die Brücken-Quer-Spannung $U.Dif = U.0 - U.1$. Durch einen Differenz-Verstärker wird aus ihr eine Masse-bezogene Spannung, das Potenzial $U.Mess$.
5. Bei stehender Welle ($n=0$) wird die Quer-Spannung $U.Dif$ bei beliebigen Anker-Spannungen $U.A$ zu Null, wenn folgende Abgleich-Bedingung erfüllt ist:

$$\mathbf{R.2/R.1 = R.A/R.0}$$

Um das zu erreichen, ist $R.2$ durch einen einstellbaren Widerstand (Poti) abgeglichen.

6. Dreht die Motor-Welle entsteht eine zur Tacho-Spannung $u.T$ proportionale Quer-Spannung:

$$\mathbf{u.Dif = u.T \cdot R.0 / (R.A + R.0) \sim n}$$
7. Durch eine zu der Brücken-Teilung reziproke Differenz-Verstärkung

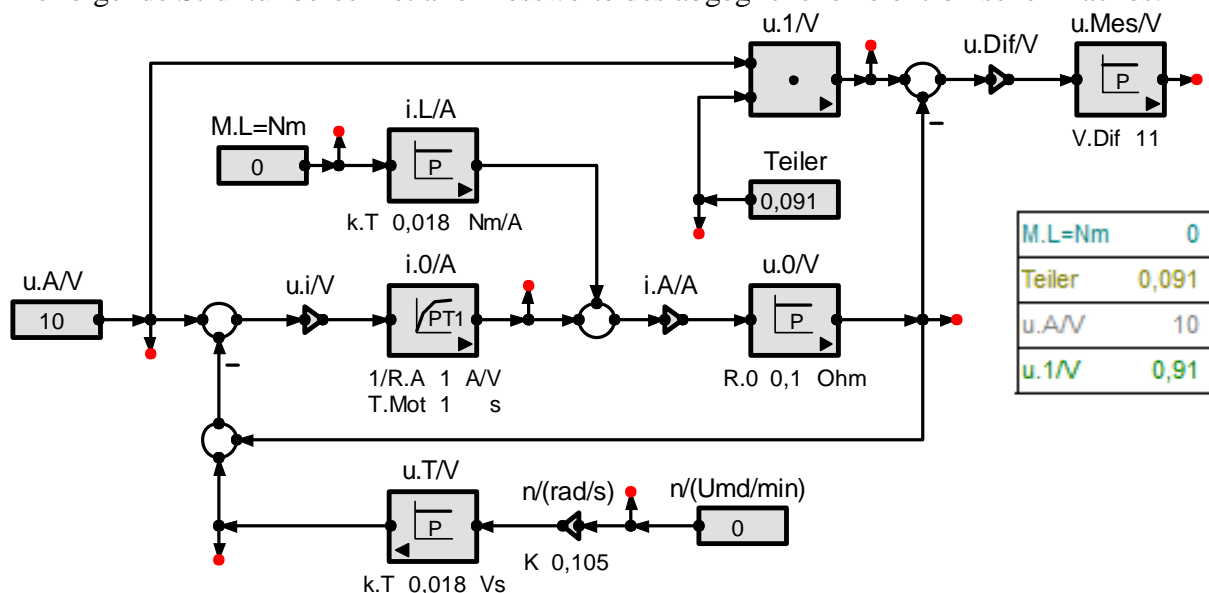
$$\mathbf{V.Dif = 1 + R.A/R.0}$$
 wird die Mess-Spannung $U.Mess$ gleich der Tacho-Spannung $u.T$.
8. Ein Kondensator $C.G$ im Brücken-Querzweig dient zur Glättung der Mess-Spannung. Er ist nötig, weil die Tacho-Spannung eine pulsierende Gleichspannung ist. Sie entsteht durch die Kommutierung (Umpolung) der im Motor induzierten, Drehzahl-proportionalen Wechsel-Spannung.

Abgleich des elektronischen Tachos

Zur Dimensionierung der Brücken-Schaltung benötigt man den Anker-Widerstand $R.A$. Er liegt bei Modellbau-Motoren, die hier als Beispiel dienen, im Ohm-Bereich. Die Messung von $R.A$ mittels Ohm-Meter ist wegen der Übergangswiderstände des Kommutators zu ungenau. Daher soll der Abgleich des elektronischen Tachos bei **laufendem Betrieb** erfolgen. Zum Abgleich misst man einige Punkte der Kennlinie $u.Mess(u.A)$ und stellt das Kompensations-Potentiometer ‚Komp‘ so ein, dass der der gemittelte Verlauf durch den Nullpunkt geht. Dann ist $u.T \sim n$.

Der elektronische Tacho ist nur genau, solange die **Ansprechschwelle des Motors** durch **Haftreibung** keine Rolle spielt. Diese Bedingung ist im laufenden Betrieb erfüllt, nicht aber beim Anfahren. Das ist der Grund dafür, dass der elektronische Tacho nur in Sonderfällen eingesetzt wird, bei denen geringe Kosten, nicht aber höchste Genauigkeit gefordert ist.

Die folgende Struktur berechnet alle Messwerte des abgeglichenen elektronischen Tachos:



Struktur des elektronischen Tachos nach Abb. 1.1.1-2

Erläuterungen zur Struktur des elektronischen Tachos:

- Berechnet werden sollen die geteilte Anker-Spannung $u.1$ und die Spannung $u.0$ des gemessenen Anker-Stroms. Sie sind bei Stillstand der Welle und Abgleich gleich groß $\rightarrow u.Mes=0$.
- Der mittlere Pfad berechnet $u.0$ aus dem Ankerstrom.
- Der untere Zweig berechnet die durch die Drehzahl erzeugte Tacho-Spannung $u.T$. Sie bringt die Brücke aus dem Gleichgewicht, was zur Anzeige $u.Mes$ führt.
- Die Differenz-Verstärkung wurde hier so eingestellt, dass $u.Mes=u.T$ ist.

$u.Dif/V$	0,00093526	$u.Dif/V$	0,86001
$u.i/V$	9,0909	$u.i/V$	0,50001
$i.A/A$	9,0906	$i.A/A$	0,49989
$n/(rad/s)$	0	$n/(rad/s)$	525
$u.Mes/V$	0,010288	$u.Mes/V$	9,4601
$i.0/A$	9,0906	$i.0/A$	0,49989
$u.T/V$	0	$u.T/V$	9,45
$n/(Umd/min)$	0	$n/(Umd/min)$	5000
$u.0/V$	0,90906	$u.0/V$	0,049989

Abb. 1.1.1-3 die Messwerte des abgeglichenen elektronischen Tachos nach Abb. 1.1.1-2: links für Stillstand, rechts für Nenn-Drehzahl

Kurzzeit-Winkelmesser mit Tacho-Generator

Zur Ermittlung der Tacho-Konstanten $k.T = u.T/n$ müsste die Motor-Welle mit einer konstanten Drehzahl n gedreht werden. Dazu misst man dann die gemittelte Tacho-Spannung $u.T$ und bildet das Verhältnis $u.T/n$. Die Messung von n – in U/min oder rad/s – bedeutet einen nicht unbeträchtlichen mechanischen Aufwand. Der lässt sich vermeiden, wenn man die **Drehzahl-proportionale Tacho-Spannung $u.T$** zu einer **Winkel-proportionalen Spannung $u.\phi$** integriert.

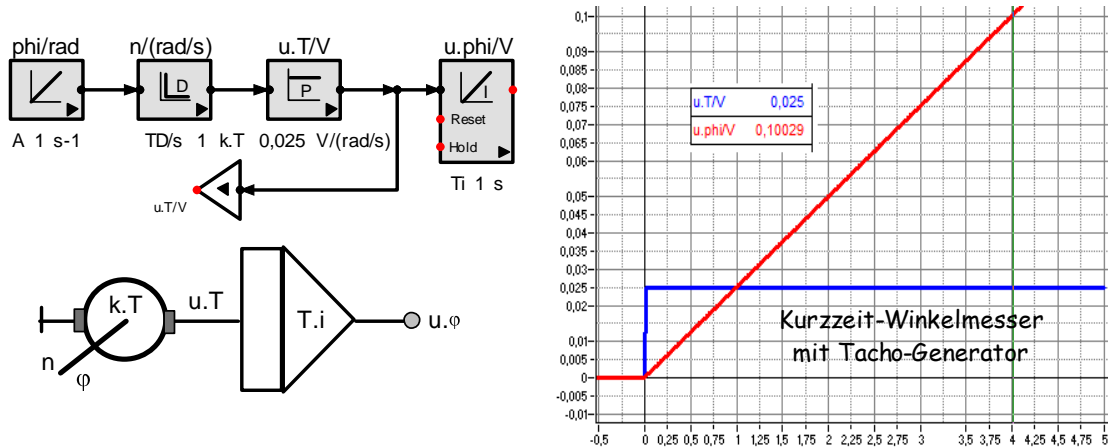


Abb. 1.1.1-4 Statische Bestimmung der Tacho-Konstanten $k.T$: Die Drehzahl $n = \Delta\phi/\Delta t$ ist der zeitlich differenzierte Winkel ϕ . Aus n erzeugt der Tacho die Spannung $u.T = k.T \cdot n$. Der Integrator macht die anfängliche Differenzierung rückgängig. Dadurch ist seine Ausgangsspannung $\Delta u.\phi$ der Winkel-Änderung $\Delta\phi$ proportional.

Differenzierung und Integration werden im **Kapitel 3 ,Elektrische Dynamik‘** behandelt. Die Realisierung eines elektronischen Integrators zur Winkelmessung mit einem Tacho-Generator finden Sie im **Kapitel 8 Elektronik** im Abschnitt **„Nullpunktsfehler und Drift“**. Dort erfahren Sie auch, dass analoge Integratoren temperaturabhängig driften. Die Drift erzeugt einen Messfehler, der mit der Zeit immer größer wird. Deshalb ist die integrierte Tacho-Spannung nur ein Kurzzeit-Winkelmesser, der aber zur Bestimmung der Tacho-Konstanten geeignet ist. Dazu wird die Drift des Integrators bis auf einen unvermeidlichen Rest abgeglichen.

Statische Ermittlung der Tacho-Konstanten mittels Integrator

Die Winkelspannung $u.\phi$ errechnet sich mit der **Integrations-Konstanten $T.I$** gemäß $u.\phi = (k.T/T.I) \cdot \phi$.

Verwendet wird ein so gut wie möglich abgeglichener Integrator mit der **Zeitkonstanten $T.I$** . Gemessen wird $\Delta u.\phi$ z.B. für $\phi = 1U = 6,3rad$. Damit lässt sich $k.T$ berechnen:

$$k.T = T.i \cdot (\Delta u.\phi / \Delta\phi).$$

Zahlenwerte:

Verwendet wird ein Integrator mit $T.I = 1s$. Nach einer vollständigen Umdrehung der Tacho-Welle um $U = 360^\circ = 6.3rad$ ändert sich der Integrator-Ausgang $u.\phi$ um $\Delta u.\phi = 158mV$. Damit wird $\Delta u.\phi / \Delta\phi = 25mV$. Da $T.I = 1s$ ist, wird $k.T = 25mVs$.

Anschließend drehen Sie die Welle wieder um 360° zurück. So erkennen Sie den Nullpunkts-Fehler durch die Temperatur-Drift. Er kann zur Korrektur der Integrator-Spannung $u.Mess$ verwendet werden. Damit ergibt sich $k.T$ mit einer Genauigkeit, die für viele Anwendungen ausreicht.