

Leseprobe aus Kapitel 1 ‚Von der Realität zur Simulation‘ des Buchs

‚Strukturbildung und Simulation technischer Systeme‘

Weitere Informationen zum Buch finden Sie unter strukturbildung-simulation.de

Zu Kapitel 2: ‚Elektrizität

Aus Abschnitt 2.4: Das elektrische Strömungsfeld

Stromdichte und Drift-Geschwindigkeit

Im Abschnitt 4 dieses Kapitels werden wir die **magnetischen Kräfte F_{mag}** des elektrischen Stroms $\mathbf{i} = \mathbf{q}/t$ untersuchen. Sie entstehen durch die **Geschwindigkeit v** der **Ladungen q** in **magnetischen Feldern B** . Zu ihrer Berechnung benötigen wir die **mittlere Geschwindigkeit der Ladungen** in Leitern und Halbleitern, genannt die **Drift-Geschwindigkeit $v.D$** . $v.D$ ist der **Weg l** , den die **Ladungen q** pro **Zeit t** zurück legen:

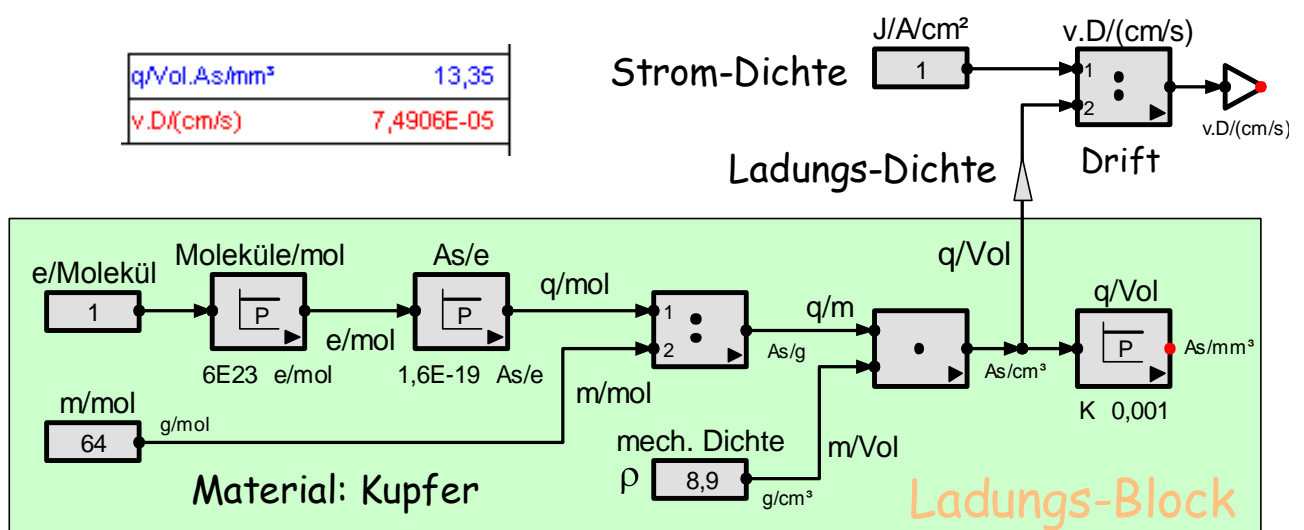
$$\text{Drift-Geschwindigkeit} \quad v.D = l/t = J/(q/\text{Vol}) - \text{z.B in mm/s}$$

$v.D$ errechnet sich aus dem Verhältnis von **Stromdichte $J = i/A = (q/t)/A$** und der **Ladungs-Dichte $q/\text{Vol} = Q/(A \cdot l)$** – mit dem **Volumen $\text{Vol} = A \cdot l$** des elektrischen Leiters.

Zur Berechnung der Ladungsdichte q/Vol eines bestimmten Materials benötigen wir die **Stoff-Einheit mol**. 1mol ist als die Stoffmenge mit der **Teilchenzahl $N.A = 602 \text{ Trilliarden}$** ($=10^{21}$) definiert. Unterschiedliche Stoffe der Menge 1mol besitzen eine Masse, die ihrem relativen Atom/Molekül-Gewicht entspricht.

Beispiel: 1mol Kohlenstoff ^{12}C besitzt eine Masse von 12g.

Mit $N.A$ sieht die Struktur zur Berechnung der Ladungsdichte q/Vol und der Drift-Geschwindigkeit $v.D$ so aus.



Struktur 4-3 Strömungs-Geschwindigkeit: Berechnung der Ladungs-Drift aus Stromdichte J und Ladungs-Dichte ρ . Der Block zur Berechnung der Ladungs-Dichte wird auch bei der Berechnung der Ströme in Halbleitern benötigt.

Die Ladungsdichte q/Vol

Zur Berechnung der **Drift-Geschwindigkeit $v.D$** muss die **Dichte q/Vol** der Ladungen im Leiter bekannt sein. Die obige Struktur zeigt, wie das Ladungs-Volumen elementar aus der **Masse-bezogenen Ladung q/m** und der **mechanischen Dichte m/Vol** berechnet wird:

$$Vol = (q/m) / m/Vol.$$

Sie enthält folgende Grundkenntnisse aus der Physik und Chemie:

1. Ein Mol eines Stoffes ist die Menge in Gramm (g), die seinem Molekular-Gewicht entspricht. Bei Kupfer ist dies 64g.
2. Ein Mol enthält immer die gleiche Anzahl von Molekülen oder Atomen. Diese Zahl heißt Avogadro'sche Zahl $N.A$ und hat den Wert $6 \cdot 10^{23}/mol$.
3. Jedes Kupfer-Atom besitzt ein nur ein schwach gebundenes Elektron, das zur Stromleitung beiträgt. Daher heißt es Leitungs-Elektron.
4. Die technische Ladungs-Einheit ist die As. Ein Elektron besitzt die Ladung von $1,6 \cdot 10^{-19} As$.

Daraus errechnet die Simulation für Kupfer eine Ladungsdichte von **$13,35 As/mm^3$** .

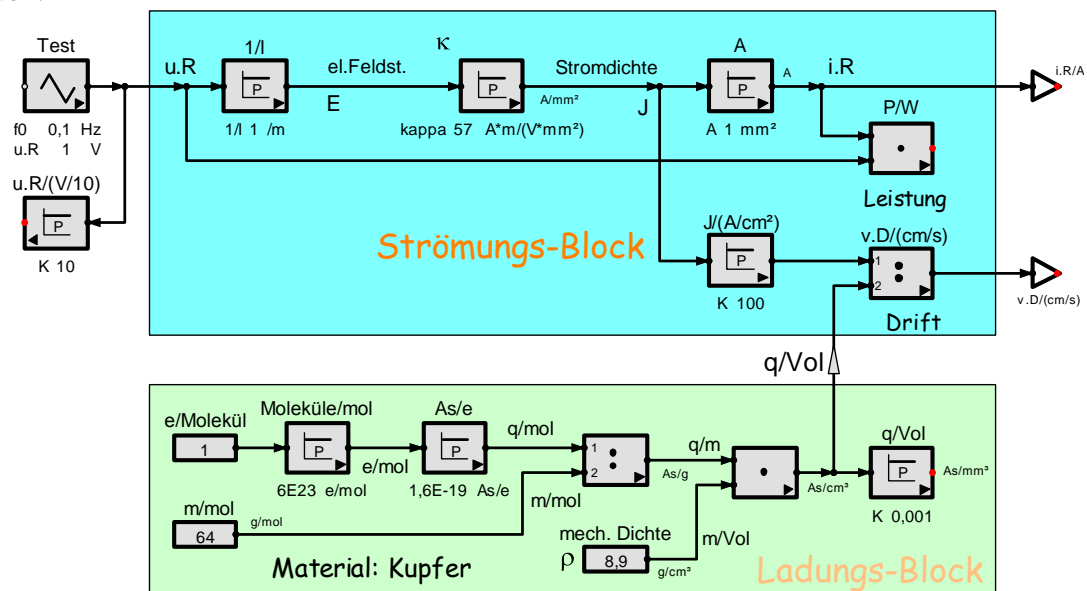
Damit können wir die Drift-Geschwindigkeit im Kupfer zu jeder Stromdichte J berechnen.

Für $1 A/mm^2$ ergibt dies **$7,49 cm/s$** .

Die Struktur des elektrischen Widerstands

Nun kann der elektrische Leitungs-Mechanismus im Detail untersucht werden. Das ist die Voraussetzung dafür, um auch die Vorgänge in Halbleitern verstehen zu können. Zu klären sind die Zusammenhänge zwischen Strömen i und Spannungen u in Abhängigkeit von den Dimensionen (Querschnitt A , Länge l) des Leiters und seinem Material, beschrieben durch den **spezifischen Widerstand ρ** .

Die folgende Struktur zeigt alle Zusammenhänge, die anschließend noch näher erläutert werden.



Struktur 4-4 Elektrisches Strömungsfeld: Spannung $u.R$ an einem elektrischen Widerstand. Über interne Feldgrößen (Feldstärke E die Stromdichte S) wird der Strom $i.R$, die Verlustleistung P , und die Drift-Geschwindigkeit $v.d$ berechnet. Der untere Zweig bestimmt die für die Driftgeschwindigkeit $v.d$ benötigte Ladungsdichte q/Vol .

Erläuterungen zur Struktur des elektrischen Leiters:

Um die inneren Zusammenhänge beim Stromfluss durch Widerstände genauer zu verstehen, betrachten wir in der obigen Struktur eine **Spannung $u.R$** über einem Material, beschrieben durch den **spezifischen Widerstand ρ** . Es wandelt, in Abhängigkeit von der **Geometrie (Länge l , Querschnitt A)** die Spannung $u.R$ in den **Strom $i.R$** um.

Die Drift-Geschwindigkeit

Die **Driftgeschwindigkeit $v.D$** der Ladungen q im Volumen $Vol=A \cdot l$ in elektrischen Leitern ist der Quotient aus **Stromdichte J** (in A/m^2) und **Ladungsdichte q/Vol** (in As/m^3):

$$v.D = l/t = (Vol/A) / (q/i) = J/(q/Vol).$$

Zur Berechnung muss die **Ladungsdichte q/Vol** aus molekularen Eigenschaften des Leiter-Materials abgeleitet werden. Wie das gemacht wird, zeigt der untere Teil der Struktur:

Aus der Chemie ist zu jedem Material (hier z.B. Kupfer) die Anzahl der Leitungs-Elektronen pro Molekül bekannt (hier 1). Dann wird die Zahl der Ladungen für **1 mol = $6 \cdot 10^{23}$ Moleküle** berechnet. Da die Zahl der Teilchen pro mol (**Avogadro-Konstante $N.A$**) immer gleich ist (**$N.A = 6 \cdot 10^{23}/mol$ – definiert das mol**), kennt man damit auch die Anzahl der **Elementarladungen e/mol** .

Weiterhin ist bekannt, wie viele **Elementarladungen e** die **internationale Ladungseinheit As** ergeben: **$1As = 1,6 \cdot 10^{19} e$** . Damit erhält man die **molare Ladung in As/mol** . Die muss nur noch durch die **molare Masse**, das sog. **Molekül-Gewicht m/mol** (bei Kupfer $63,5g/mol$) dividiert werden und man erhält die gesuchte **Ladungsdichte q/Vol** , hier in A/mm^3 . Damit kann die **Drift-Geschwindigkeit $v.D$** aus der darüber dargestellten **Stromdichte S** berechnet werden:

$$v.D = S / (q/Vol).$$

Die Simulations-Ergebnisse zum elektrischen Leiter

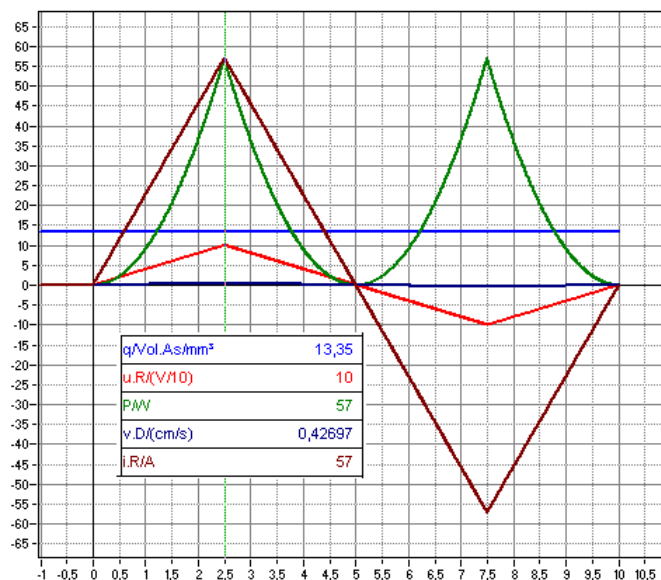


Abb. 4-4 Simulations-Ergebnisse zur obigen Struktur eines elektrischen Widerstands. Wenn die Spannung (rot inV/10) linear ansteigt, tut dies auch der Strom (violett) und die Drift-Geschwindigkeit (blau). Die Leistung (grün) steigt quadratisch mit Strom und Spannung an. Die Ladungs-Dichte q (hellblau) ist konstant, d.h. der elektrische Strom ist inkompressibel.