Leseprobe aus Kapitel 3 ‚Elektrische Dynamik' des Buchs

‚Strukturbildung und Simulation technischer Systeme'

Weitere Informationen zum Buch finden Sie unter

strukturbildung-simulation.de

Dieses Beispiel aus dem Kapitel 3.3 ‚Integration' zeigt die Sprungantwort eines Integrators mit den Steuer-Eingängen ‚Reset' (=Ausgang nullsetzen) und ‚Hold' (=Eingang nullsetzen).

3.4.8 Trägheitsnavigation

Als abschließendes Beispiel zum Thema Dynamik untersuchen wir eine Positions-Ermittlung mit Hilfe der **Massenträgheit**. Sie ermöglicht die Bestimmung der **Positions-Änderungen** von Schiffen, Flugzeugen und Raketen **ohne einen externen Bezug** – also auch überall im Weltraum. Kennt man die (dreidimensionale) Bewegung **relativ zur Start-Position**, kann man ein Fahr- oder Flugzeug zu jedem gewünschten Ort **navigieren**.

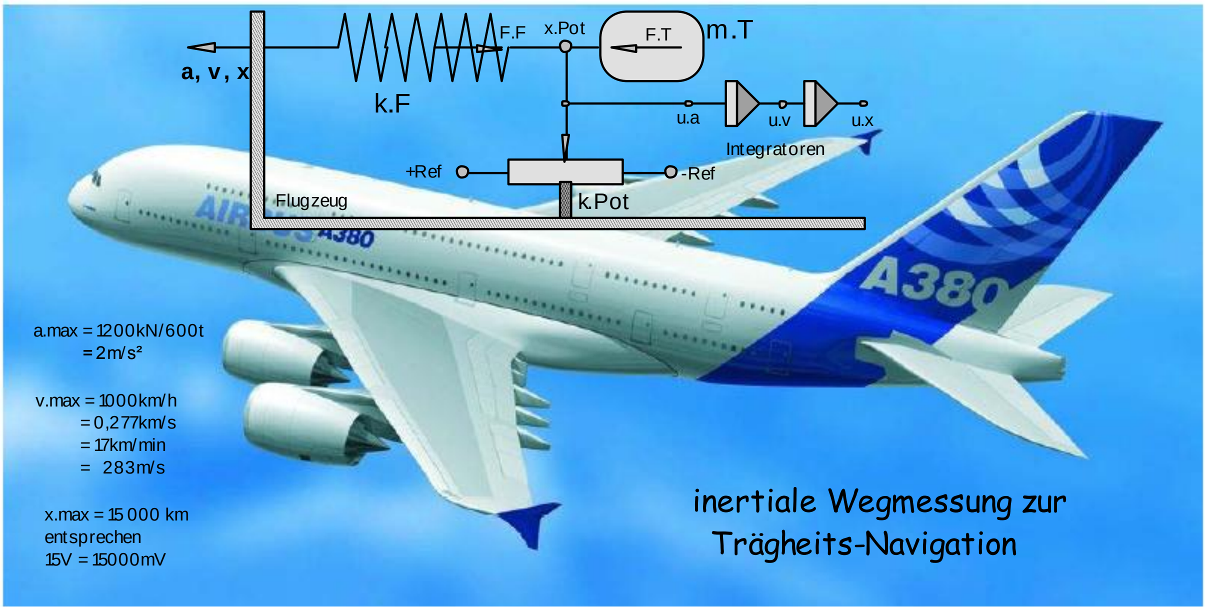


Abb. 3.4.8-1 Wegmessung mittels Massenträgheit: Das Mess-System besteht aus einer federnd aufgehängten Test-Masse m.T mit Potentiometer zur Messung der Beschleunigung und zwei Integratoren, die daraus ein Geschwindigkeits- und ein Weg-proportionales Signal erzeugen. Copyright Airbus

Auf der Erde ist die Trägheits-Navigation durch Satelliten-gestützte Mess-Systeme eigentlich überflüssig geworden – es sei denn, es ist aus Sicherheitsgründen ein zweites, von externen Hilfsmitteln unabhängiges Positionsbestimmungs-System gefordert.

Die Ermittlung von Geschwindigkeits- und Weg-Änderungen aufgrund der **Massenträgheit** heißt **‚inertial'.** Ein Gerät zur Messung **inertialer Winkel-Geschwindigkeiten** ist der **Kreisel**. Wir werden ihn im Kapitel 4 behandeln. Hier geht es zunächst um die Messung translatorischer Inertial-Geschwindigkeiten und -Wege. Die nun folgenden Erläuterungen zur Trägheits-Navigation setzen einige Grundlagen der Mechanik voraus, die im Kapitel 4 Mechanik noch ausführlich behandelt werden.

Inertiale Wegmessung

Eine **Test-Masse m.T** ist über eine Feder mit dem Flugzeug, dessen **Geschwindigkeit v** und **Weg x** gemessen werden soll, verbunden. Die Masse m.T erzeugt **Trägheitskräfte F.T = m.T*a,** die der bei **Beschleunigung a** proportional sind. Direkt gemessen werden kann jedoch nur die **Auslenkung x.F** der Feder**,** die auf den Schleifer eines **Potentiometers** wirkt und so eine **Beschleunigungs-proportionale Spannung u.a** erzeugt:

u.a ~ x.Pot ~ a.

u.a wird zur Weg-Ermittlung zweimal integriert.

Der erste Integrator bildet eine **Geschwindigkeits-proportionale Spannung u.v,** der zweite Integrator bildet aus u.v die **Weg-proportionale Ausgangs-Spannung u.x.**
Gesucht werden die Zusammenhänge zwischen den Mess-Spannungen u.a, u.v und u.x und den Signalen, die sie darstellen: der Beschleunigung a, der Geschwindigkeit v und der Weg-Änderung x.

Signal-Glättung

Die Messung der Feder-Auslenkung x.F muss für größte Mess-Genauigkeit möglichst reibungsfrei erfolgen. Deshalb soll das hier dargestellte **Potentiometer**, das immer mit Reibung behaftet wäre, nur das Mess-Prinzip andeuten. Reale Auslenkungs-Messer verwenden z.B. optische Mess-Verfahren.

Reibungsarme Masse-Feder-Systeme pendeln nach einmaligem Anstoß fast ungedämpft hin und her. Bei stehendem Flugzeug sind diese Schwingungs-Amplituden Null-symmetrisch. Ihr Mittelwert ist Null. Die Beschleunigungs-Amplituden werden dann von den nachfolgenden Integratoren frequenzabhängig gemittelt. Da praktisch besonders gut gemittelte (stabilere) Signale gefordert werden, müssen weitere Tiefpässe (hier P-T2-Glieder) nachgeschaltet werden. Um zu verdeutlichen, wie notwendig nachgeschaltete Signal-Mittelungen sind, simulieren wir einen schwach-gedämpften Schwingkreis, dessen Signale durch P-T2-Filter geglättet werden. Als Störung dient ein kurzer Beschleunigungs-Impuls (hier a=1m/s² für 10s).

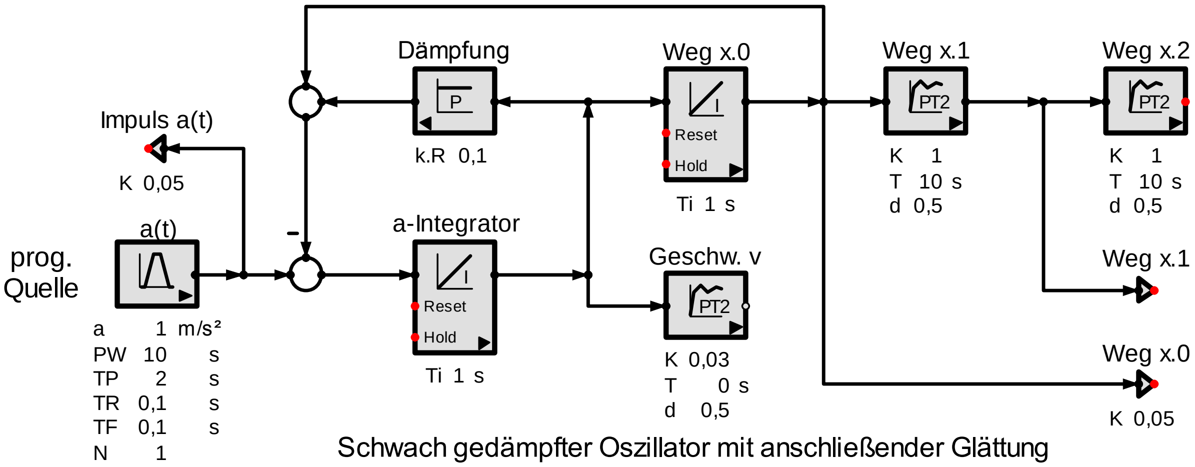


Abb. 3.4.8-2 Wenig gedämpfte Weg-Ermittlung aus der Beschleunigung a mit anschließender einfacher und zweifacher Glättung

Das Simulations-Ergebnis
Nur während der Beschleunigungs-Phasen ist der Mittelwert der Beschleunigung von Null verschieden, was an den Integrator-Ausgängen zu dauerhaften Signalen führt. Wie diese Signale aussehen und das Mess-System kalibriert wird, soll nun erklärt, berechnet und simuliert werden.

Inertiale Mess-Systeme bestimmen Geschwindigkeiten und Wege in allen drei Raumachsen
(x, y und z). Zur Erklärung der Simulation beschränken wir uns hier auf die x-Achse. Am Ausgangspunkt der Messung (t=0) werden alle **Geschwindigkeiten und Wege auf null** gesetzt (Bezug). Durch inertiale Messungen bestimmt man dann nur ihre **Änderungen mit der Zeit**.

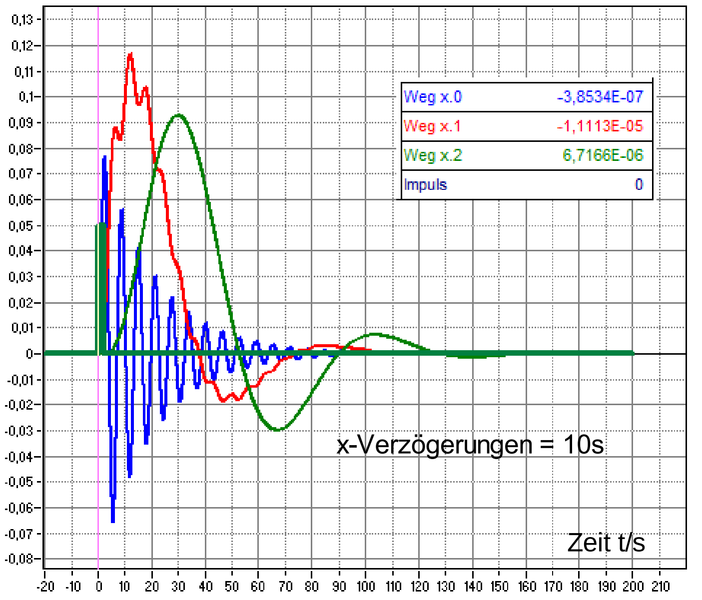


Abb. 3.4.8-3 Nach kurzem Anstoß (grün) schwingt der Kreis sehr schwach gedämpft. So ist das unge-glättete Weg-Signal (x.0) als Weg-Information nicht zu gebrauchen. Einmal geglättet (x.1) sieht es schon besser aus, zweimal geglättet (x.2) sieht es gut aus.

Die Flugzeugdaten des A380
Simuliert werden soll der Flug eines Großraum-Flugzeugs A380. Dazu werden dessen Parameter zur Kraft der Triebwerke (Anzahl=4), dem Gewicht und der Reichweite benötigt.
Wir entnehmen sie den Angaben der Firma Airbus Industries:

Technische Daten eines A380 (Auszug)

Maximales Leergewicht:	275 t
Maximales Startgewicht:	560 t
Maximales Landegewicht:	386 t
Typische Nutzlast:	66,4 t
Maximale Tankkapazität:	320.000 l
Schub:	311 kN pro Triebwerk
Höchstgeschwindigkeit:	Mach 0,95
Wirtschaftlichste Geschwindigkeit:	Mach 0,85
Flugreichweite:	15.200 km[70]

Abb. 3.4.8-4 Auszug aus den technischen Daten des A380, die zur Trägheits-Navigation gebraucht werden

Die Parameter zur Flug-Simulation
Berechnet werden soll der Weg x (t) des Flugzeugs als Funktion der Geschwindigkeit v(t), die inertial durch Integration der gemessenen Beschleunigung a ermittelt werden soll. Um einen möglichst einfach zu berechnenden Geschwindigkeits-Verlauf v(t) zu bekommen, wollen wir während der Start- und Landephase konstante Beschleunigung a und während des Fluges konstante Geschwindigkeit v.Flug annehmen. Wir entnehmen oder berechnen die Parameter zum Flug den Hersteller-Angaben des A380.

1. Die **maximale Flugzeit t.Flug** = x.max/v.max - hier **15h** - erhält man aus der **Flug-reichweite x.max - hier 15200km** - und der **Flug-Geschwindigkeit v.Flug** - hier **1000km/h** ≈ 280m/s. Dazu kommen noch die Zeiten für Start und Landung. Sie hängen von der **Beschleunigung (+a)** des Flugzeugs beim Start und der **Verzögerung (-a)** bei der Landung ab.
2. Die **Anfangs-Beschleunigung a.0 = F.Schub/m.max** errechnen wir aus der Schubkraft F.Schub der vier Triebwerke:
   F.Schub ≈ 4*300kN = 1200kN und dem Startgewicht **m.max = 560t**: -> **a.0 = 2m/s².**

Während der Beschleunigung erhöht sich das Gewicht der Passagiere in Abhängigkeit vom **Steigungs-Winkel** α des Flugzeugs um Δ**g =a.0*tan** α (ohne Abbildung**).** Der A380 steigt nach dem Start mit einem Winkel α=45° -> tan α=0,5. Damit wird die Gewichts-Zunahme **Δg=1m/s².** Das sind etwa 10% der Erdbeschleunigung g=9,8m/s².

3. Die Anstiegsdauer des Flugzeugs **t.Start=v.Flug/a.0** erhält man aus der Reise-Ge-schwindigkeit **v.Flug=Mach 0,85** und der **Start-Beschleunigung a.0**.
   Mach 1 ist die **Schall-Geschwindigkeit** in Luft, hier **330m/s**. Das ergibt eine Reise-Geschwindigkeit **v.Flug=280m/s** (entsprechend etwa 1000km/h) und eine Startzeit von 140s. Der Einfachheit halber rechnen wir mit gleichen Start- und Landezeiten von je **150s,** zusammen 300s=5min.
4. Die gesamte **Simulationszeit ist t.Sim** = t.Flug + 2*t.Start.
   Nach Punkt 1 ist die Flugzeit **t.Flug ≈** 15h = 54000s. Die Simulationszeit muss um die Start- und Landezeiten (hier zusammen 300s) etwas länger eingestellt werden.
   Wir wählen **t.Sim = 55000s = 15,3h.**

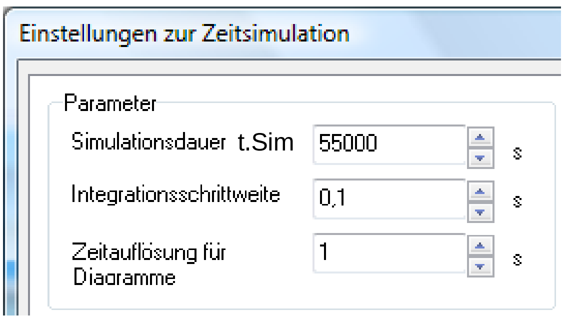


Abb. 3.4.8-5 In SimApp wird die Simulationszeit unter ‚Einstellungen zur Zeitsimulation' eingestellt.

Soll nur die Startphase untersucht werden, genügt t.Sim=500s.

Die Fahrkurve zur Flug-Simulation

Zur Simulation eines Fluges müssen wir den geplanten Verlauf der Geschwindigkeit v(t) vorgeben. Da hier nur das Prinzip gezeigt werden soll, wählen wir einen einfachen Fall:

- Konstante Geschwindigkeit während des Flugs: **v.Flug=280m/s** ≈ 1000km/h
- Gleiche Beschleunigung und Verzögerung bei Start und Landung: **a = 2m/s².**

Diese Werte müssen zur Simulation in einer **Fahrkurve** dargestellt werden.

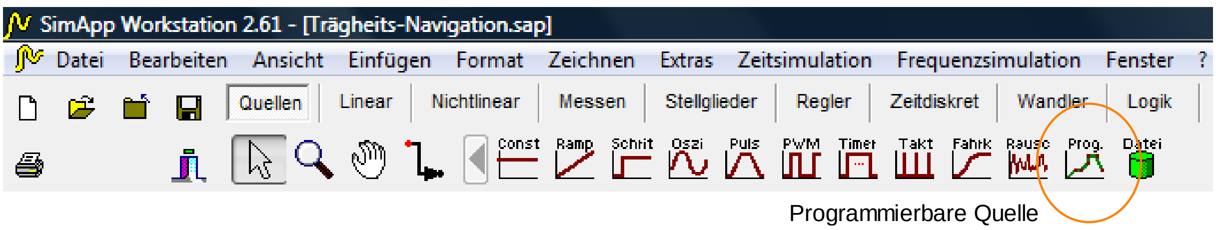


Abb. 3.4.8-6 Einstellung der Fahrkurve in SimApp unter Quellen\Programmierbare Quelle

Dazu wird in SimApp der Block ‚Programmierbare Quelle' in die Simulations-Zeichnung kopiert (anklicken und absetzen) und durch Doppelklick geöffnet. Danach können Namen und Daten **(die Fahrkurve = das Geschwindigkeits-Profil)** eingegeben werden.

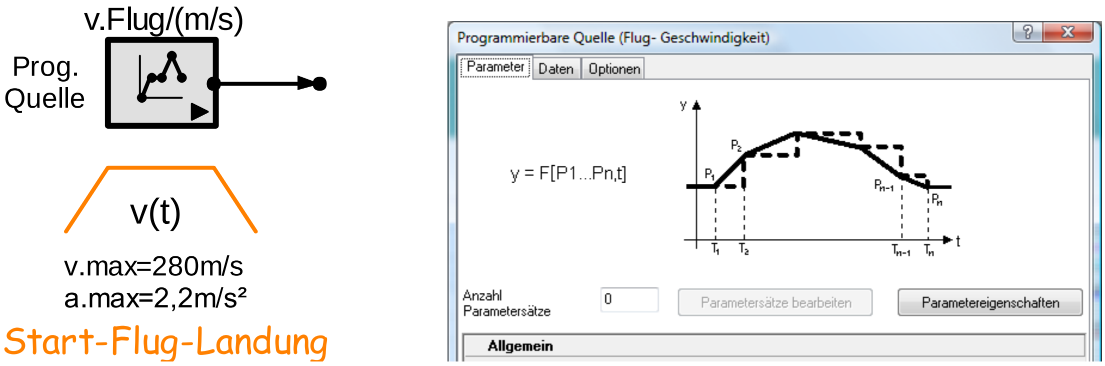


Abb. 3.4.8-7 Erstellen des Profils der Flug-Geschwindigkeit im Block ‚Programmierbare Quelle'

Unter ‚Daten' wird der gewünschte Geschwindigkeits-Verlauf vorgegeben:

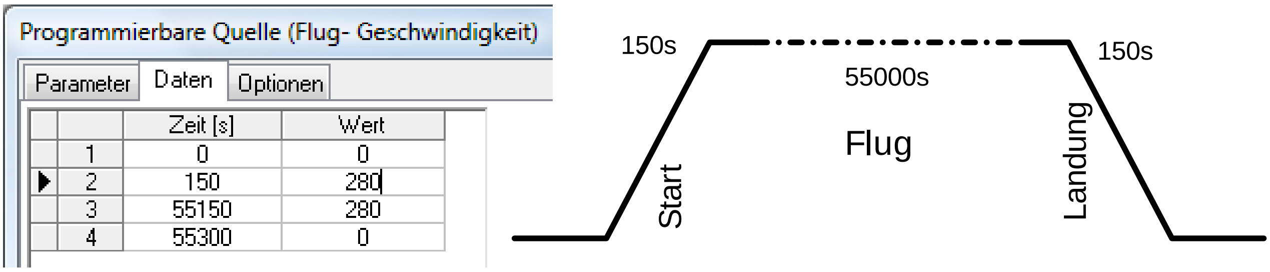


Abb. 3.4.8-8 Einstellung der Stützpunkte einer Fahrkurve in SimApp

Der Beschleunigungs-Messer aus Masse, Feder und Potentiometer
Zur **inertialen Weg-Bestimmung** muss zuerst die Beschleunigung **a = d/dt*(v.Flug)** des Flugzeugs gemessen werden. Der Beschleunigungs-Messer besteht aus einer **Test-Masse m.T**, einer **Feder k.F** und einem **Potentiometer k.Pot**:

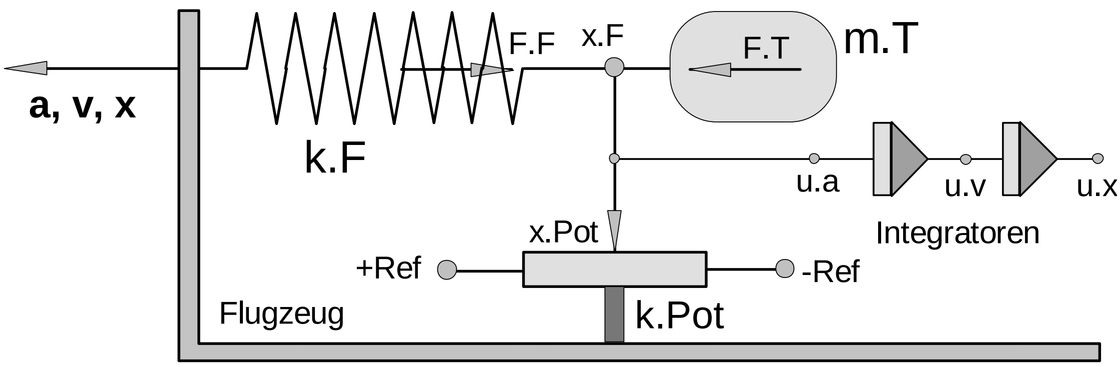


Abb. 3.4.8-9 Das Potentiometer erzeugt aus der Beschleunigung a des Flugzeugs die Spannung u.a=k.Pot*a. Der erste Integrator errechnet daraus die Geschwindigkeits-Änderung u.v~v, der zweite Integrator errechnet aus v die Weg-Änderung u.x~x.

Zuerst erklären wir die Entstehung der Beschleunigungs-proportionalen Spannung u.a, danach die Integratoren, die daraus die Geschwindigkeits-proportionale Spannung u.v und die Weg-proportionale Spannung u.x bilden. Dabei gehen wir zunächst von **Reibungs-Freiheit** aus. Welche Fehler durch Reibung entstehen, werden wir im Anschluss untersuchen.
Die **Trägheitskräfte F.T** einer **Test-Masse m.T** werden durch die Auslenkungen einer **Feder k.F** gemessen. Masse und Feder sind starr gekoppelt und (nahezu) reibungsfrei gelagert (von der Umgebung entkoppelt, z.B. durch Lagerung auf Luftkissen). Dann ist die **Reaktionskraft F.F der Feder** (fast) gleich der **Trägheitskraft F.T** der **Test-Masse m.T.** Zu zeigen ist, dass so die **Beschleunigung a** des Flugzeugs gemessen wird und daraus durch Integration seine **Geschwindigkeit v** und seine **Positions-Änderung x** bestimmt werden können.

- Die **Testmasse m.T** erzeugt Beschleunigungs-proportionale Trägheitskräfte
  F.T=m.T*a.
  m.T kann frei gewählt werden. Damit der Trägheitsmesser nicht zu schwer wird, entscheiden wir uns hier für **m.T=1kg**.

Den passenden **Beschleunigungs-Messbereichs a.max=F.max/m.0** berechnen wir aus der **Antriebskraft F.max** der vier Triebwerke (jedes hat etwa 300kN) und dem **Startmasse m.0** (hier 600t, dem sog. Startgewicht). Mit **F.max=1200kN m.max ≈ 600t** wird **a.max = 2m/s².**

Aus a.max = 2m/s² und m.T=0,5kg folgt die **maximale Messkraft** der Test-Masse m.T:
F.max = 2N.

Bei der Landung treten noch höhere Beschleunigungen als beim Start auf. Dabei wird ein Beschleunigungsmesser mit diesem Messbereich an seinen Anschlag stoßen. Für die Weg-Bestimmung ist dies jedoch unerheblich, denn das Ziel ist erreicht.

- Die Feder wiederum ist starr mit dem Objekt, dessen **Beschleunigung a** gemessen werden soll, verbunden. Die Kraft einer Feder F.F ist ihrer **Auslenkung x.F** proportional:
  F.F = k.F * x.F – mit der Federkonstanten k.F, hier in N/mm.

Die **Federkonstante k.F** ist das Maß für die Steifigkeit der Feder. Sie muss bei ihrer Beschaffung angegeben werden. Gefordert sei die maximale Feder-Auslenkung
x.F;max = 10mm bei **a.max = 2m/s²**.

Damit können wir die erforderliche **Federkonstante k.F** berechnen.
Oben wurde bereits die maximale Trägheitskraft angegeben: **F.T = 2N.**
Wegen Reibungsfreiheit ist die Federkraft F.F genauso groß: **F.F = 2N**.
Das erfordert die Federkonstante
k.F = 2N/10mm = **0,2N/mm**.

Der gesamte **Verschiebeweg L.Pot** des Potentiometers für positive und negative Beschleunigungen (Verzögerungen) muss doppelt so lang wie die maximale Auslenkung der Feder sein – hier **L.Pot=20mm**.

- Die Feder stellt den Schleifer des **Potentiometers** durch die **Auslenkung x.Pot = x.F** ein. Wir suchen die Proportionalität zwischen der Beschleunigung a und der Potentiometer-Auslenkung x.Pot:

Aus der	Trägheitskraft:	F.T = m.T*a - mit der Testmasse m.T in kg
und der	Federkraft:	F.F = k.F*x.F - mit der Federkonstanten k.F in N/mm

folgt der Weg: **x.F = (m.T/k.F)*a = x.Pot**

Zahlenwerte:
m.T=1kg k.F=0,2N/mm ergibt **m.T/k.F = 5mm/(m/s²)**
Bei der Maximal-Beschleunigung von 2m/s² ist die Schleifer-Auslenkung wie gefordert 10mm.

- Das **Potentiometer** ist an zwei Null-symmetrische **Referenz-Spannungen (+U.Ref und –U.Ref)** angeschlossen, sodass bei **Auslenkung** des Schleifers aus der Mittel-Lage (x.Pot) die **Beschleunigungs-proportionale Spannung u.a** entsteht.

Das Potentiometer mit dem Parameter **k.Pot in V/mm** wandelt die Auslenkung des Schleifers in eine **Beschleunigungs-proportionale Spannung u.a ~ a** um:

u.a=k.P*x.Pot = k.P* (m.T/k.F)*a

Die **Schleifer-Spannung u.a** des Potentiometers hängt - außer von der Auslenkung x.Pot - noch von den beiden **Referenz-Spannungen ±U.Ref** ab. Weil sie Null-symmetrisch sind, können sowohl positive und auch negative Beschleunigungen (Verzögerungen) gemessen werden. Im Stillstand des Flugzeugs wird die Schleiferspannung **u.a so genau wie möglich auf null** abgeglichen (näheres zum Nullpunktsfehler folgt am Schluss).

Die **Potentiometer-Konstante k.Pot = u.a/x.Pot = 2*U.Ref/L.Pot** gibt die Proportionalität zwischen der **Beschleunigungs-Spannung u.**a und der **Auslenkung des Schleifers x.Pot** an. k.Pot hängt von der Länge des Potentiometers **L.Pot (hier 20mm)** und den **Referenz-Spannungen U.Ref** ab.

Wir wählen hier die **temperaturstabile Referenz-Spannung MAX 6176** mit **U.Ref = 10V**. Angaben zu ihrer thermischen Stabilität und den daraus entstehenden Integrator-Driften folgen am Schluss dieses Abschnitts. Zuvor muss die grundsätzliche Funktion der inertialen Geschwindigkeits- und Wegmessung erklärt werden. Dabei gehen wir von idealen Verhältnissen aus: völlig symmetrische und temperaturstabile Referenzen.

Mit 2*U.Ref = 20V und L.Pot = 20mm können wir den Potentiometer-Parameter **k.Pot = 2*U.Ref/L.Pot** angeben: **k.Pot** = 20V/20mm = **1V/mm**.

Zur inertialen Berechnung:
- der Geschwindigkeit v = ∫adt = a*∫dt aus der Beschleunigung a und
- der Weg-Änderung x = ∫vdt = v*∫dt aus der Geschwindigkeit v

benötigt die Trägheits-Navigation zwei Integratoren.

Bisher sind - bis auf die Zeitkonstanten T.v und T.x der Integratoren - alle Parameter zur Berechnung der inertialen Geschwindigkeits- und Wegmessung bekannt. Damit können wir die Struktur für die Simulation zeichnen.

Die Struktur der inertialen Geschwindigkeits- und Weg-Messung
Gemessen wird die **Beschleunigungs-Spannung u.a**. Sie wird zur Geschwindigkeits- und Weg-Berechnung zweimal integriert.

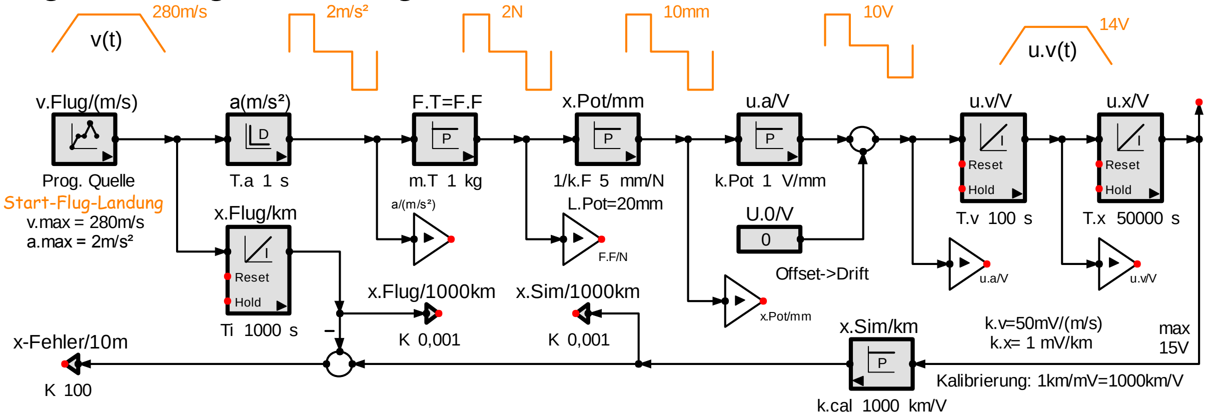


Abb. 3.4.8-10 Berechnung des zurückgelegten Weges zu vorgegebener Geschwindigkeit: Der Vergleich des wahren Wertes mit dem durch Trägheits-Navigation errechneten Messwert zeigt den Messfehler.

Die Struktur zur Trägheits-Navigation zeigt den Signalverlauf von der vorgegebenen **Geschwindigkeit v(t)** über die **Beschleunigung a=d/dt*v(t)** bis zur **Potentiometer-Auslenkung x.Pot** und **Potentiometer-Spannung u.a**.

- Die erste Integration erzeugt eine **Geschwindigkeits-proportionale Spannung u.v**
- Die zweite Integration erzeugt eine **Weg-proportionale Spannung u.x**.

Durch das anfängliche Nullsetzen der Integrator-Ausgänge wird die Änderung ihrer Ausgangs-Spannung zur Ausgangsspannung selbst.

Der Rückwärtspfad (unten) berechnet aus u.x den simulierten Weg **x.Sim=k.cal*u.x.**

- Die Kalibrier-Konstante k.cal muss so bemessen werden, dass der durch Trägheitskräfte ermittelte Flugweg x.Sim gleich dem tatsächlichen Flugweg x.Flug wird.

Zur Simulation der Trägheits-Navigation werden alle Parameter der Struktur benötigt. Deshalb zeigen wir nun, wie die Integrations-Zeitkonstanten T.v und T.x und die Kalibrier-Konstante k.cal berechnet werden.

Die Skalenfaktoren der Integrations-Signale

Skalenfaktoren geben die Beziehung der gemessenen Ausgangsgrößen zu den physikalischen Größen, die sie repräsentieren, an. Hier liegen die gemessenen Größen in Form von Spannungen vor. Deshalb definieren wir die Skalenfaktoren k als Spannung pro Messgröße.

Zur Berechnung der zu den Spannungen u.a, u.v und u.x gehörenden Beschleunigungen a, Geschwindigkeiten v und Wege x müssen **drei Skalenfaktoren k.a, k.v und k.x** definiert und realisiert werden. Damit wird

- die Beschleunigungs-proportionale Spannung u.a = k.a*a
- die Geschwindigkeits-proportionale Spannung u.v = k.v*v
- die Weg-proportionale Spannung u.x = k.x*x

Die Skalenfaktoren k werden vom Benutzer des Mess-Systems gefordert - oft so, dass sich ‚schöne' Umrechnungsfaktoren ergeben. Das sind solche, deren Wert 1 zu einer passenden Einheit ist, z.B. bei einer Weg-Messung: **k.x=1mV/km**. Damit die **Auflösung** der Messung möglichst hoch wird, soll **k.x so groß wie möglich** sein

Deshalb werden sie nun für die Trägheits-Navigation aus geforderten Maximalwerten berechnet.

1. Die **Spannung u.a** stellt die Beschleunigung a dar. Für a=2m/s² soll **u.a=10V** werden.
   Deshalb fordern wir für a den Skalenfaktor **k.a = u.a/a = 5V/(m/s²).**
2. Die **Spannung u.v** stellt die Geschwindigkeit v dar. Für v=300m/s soll **u.a=15V** werden.
   Deshalb fordern wir für a den Skalenfaktor **k.v = u.v/v = 50mV/(m/s).**
3. Die **Spannung u.x** stellt den Weg x dar. Für x=10000km soll **u.x=10V** werden.
   Deshalb fordern wir für a den Skalenfaktor **k.x = u.x/x = 1mV/km.**

Damit diese Skalenfaktoren einstellbar sind, müssen die Integratoren mit Spannungen versorgt werden, die etwas größer als die zu erwartenden maximalen Ausgangs-Spannungen sind. Im vorliegenden Fall soll die Elektronik mit Spannungen von ±18V arbeiten.

Die Integrations-Zeitkonstanten
Bei einem elektrischen Integrator mit einer Eingangs-Spannung (u.ein) und einer Ausgangs-Spannung (u.aus) steuert der **Eingang u.ein** die **Geschwindigkeit des Ausgangs u.aus/t.**
Aus der Proportionalität wird durch eine **Integrations-Zeitkonstante T.i** die Gleichung:

u.aus/t = u.ein/T.i oder in integraler Schreibweise: **Δu.aus = ∫ u.ein dt / T.i**

Die integrale Schreibweise zeigt, dass nur die **Δ's** der Ausgangs-Spannung **u.aus** die Eingangs-Zeitfläche **∫ u.ein dt** bis zum Mess-Zeitpunkt darstellen. Dabei wird von einem Anfangswert u.a0 ausgegangen, der die Vorgeschichte der Eingangs-Spannung zusammen-fasst. Um bei t=0 bei u.aus=0 beginnen zu können, kann der Integrator-Ausgang durch Entladen seines Speichers **auf null gesetzt** werden. Davon wird Im Folgenden ausgegangen.

Die **Integrations-Zeitkonstante T.i** bewertet die **Zeit t**. Je kleiner T.i, desto schneller wird der Integrator. Die reziproke Zeitkonstante 1/T.i hat daher den Charakter einer Integrations-Verstärkung V.Int=1s/T.i. Für T.i=1s ist die Darstellung V.Int=1, für T.i<1s werden die Amplituden vergrößert, für T.i>1s werden sie verkleinert. Deshalb kann über T.i die ‚Verstärkung' des Integrators und damit der zugehörige Skalenfaktoren eingestellt werden.

Berechnung der Integrations-Zeitkonstanten zur Trägheits-Navigation
Dem Elektroniker, der die Integratoren bauen soll, muss gesagt werden, wie groß die Integrations-Zeitkonstanten T.i sein sollen. Wir berechnen sie für die Trägheits-Navigation aus den geforderten Skalenfaktoren k.a, k.v und k.x.

Der Beschleunigungs-Integrator

$$\frac{u.v}{V} = \frac{u.a}{V} * \frac{1}{T.v} * \int dt = \frac{k.a * a}{V} * \frac{1}{T.v} * \int dt$$

Mit ∫adt = v, u.a = k.a*a und k.v = u.V/v wird **T.v = k.a/k.v.**

Zahlenwerte: Für k.a = 5V/(m/s²) und k.v = 50mV/(m/s) wird **T.v = 100s.**
Diese Zeitkonstante ließe sich gerade noch analog realisieren. Besser, weil genauer, ist jedoch die digitale Lösung.

Der Geschwindigkeits-Integrator

⌈ ∫vdt = x ⌉

$$\frac{u.x}{V} = \frac{u.v}{V} * \frac{1}{T.x} * \int dt = \frac{k.v * v}{V} * \frac{1}{T.x} * \int dt$$

Mit u.v = k.v*v, x = ∫vdt und k.x = u.x/x wird **T.x = k.v/k.x.**

Zahlenwerte: Für k.v = 50mV/(m/s) und k.x = 1mV/km wird **T.x = 50 000s ≈ 14h.**
Das ist fast so lang wie die maximale Flugzeit. Deshalb muss hier ein **digitaler Zähler** eingesetzt werden. **Digitale Zähler** benötigen standardisierte Eingangs-Spannungen, z.B. 0 bis 5V. Diese können bei größeren Integrator-Ausgangs-Spannungen (hier u.v und u.x) durch passende Spannungsteiler hergestellt werden.

Kalibrierung
Die obige Abb. 3.4.8-10 berechnet aus der vorgegebenen **Flug-Geschwindigkeit v.Flug** den tatsächlich zurückgelegten Weg **x.Flug/km** und den durch die **Beschleunigung a(t)** ermittelten Weg **x.Sim/km**. Damit beide Werte übereinstimmen, muss im Berechnungspfad in der Struktur 3-25 (unterer Block) eine passende **Kaibrierungs-Konstante k.cal** eingestellt werden.

Zur Bestimmung von k.cal berechnen wir den Signalweg vom Eingang **v.Flug** bis zum Ausgang **x.Sim** und setzen ihn gleich dem Originalpfad von **v.Flug** nach **x.Flug**:

Der originale Flugweg: **x.Flug = {v.Flug/m/s)} * { ∫dt/T.i }**

Ist auch der **simulierte Flugweg x.Sim** bekannt, kann damit der Simulations-Fehler (z.B. durch die Integrator-Drift) berechnet werden:

x.Fehler = x.Sim – x.Flug

Der durch Massenträgheit ermittelte Flugweg ergibt sich in Abb. 3.4.8-10 durch die Multiplikation aller Konstanten und Operatoren:

⌈……… ∫vdt = x.Flug …………⌉

$$x.Sim = v.Flug * \frac{d}{dt} * m.T * \frac{1}{k.F} * k.Pot * \frac{\int dt}{T.v} * \frac{\int dt}{T.x} * k.cal = x.Flug$$

⌊ ……….. d/dt * ∫dt = 1 …………⌋

Die **Operatoren d/dt und ∫dt** heben sich auf, der gemessene Weg ist **x.Sim = v.Flug*∫dt**. Damit können wir die Gleichung nach der Kalibrierungs-Konstanten auflösen:

$$k.cal = \frac{k.F * T.v * T.x}{m.T * k.Pot}$$

Zahlenwerte:
m.T=1kg; k.F = 0,2N/mm; k.Pot=1V/mm; T.v=100s; T.x=50000s
…. ergibt **k.cal=1000km/V**=1km/mV.

Simulation der Wegmessung x.Flug(t)

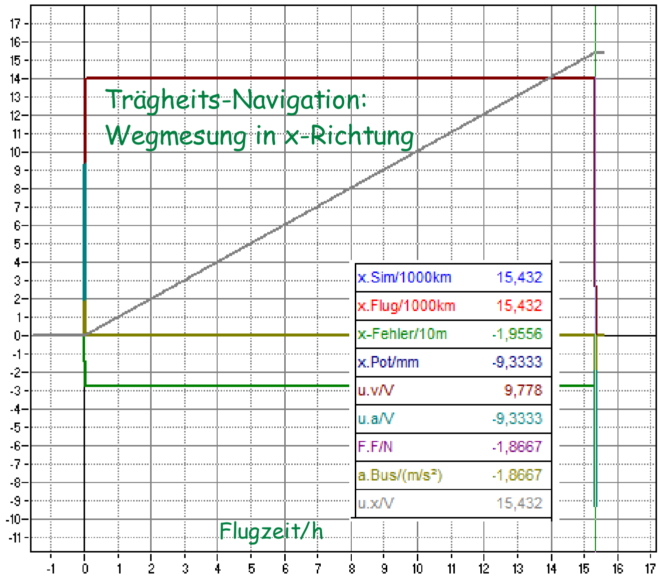


Abb. 3.4.8-11 Der Verlauf der Flug-Simulation mit den Messwerten der Landephase

Der Navigations-Fehler durch mechanische Reibung

Bisher haben wir die mechanische Reibung bei der Trägheits-Simulation vernachlässigt. Nun werden wir durch Simulation zeigen, wie groß die Simulationsfehler durch mechanische Reibung werden können. Die folgenden Berechnungen setzen wieder einige Grundlagen aus dem Kapitel 4 Mechanik voraus, die hier in Kürze erklärt werden.

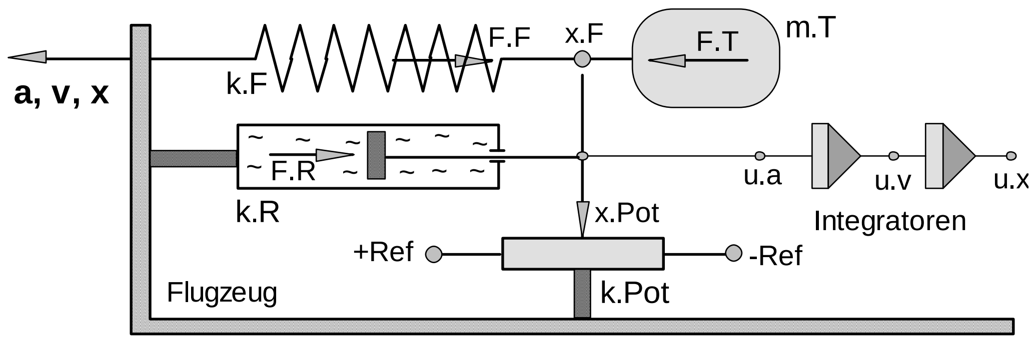


Abb. 3.4.8-12 Mechanische Reibung bei der Mess-Anordnung zur Trägheits-Navigation, dargestellt durch einen Dämpfer: Er erzeugt eine Geschwindigkeits-proportionale Reibungskraft F.R, die sich zur Federkraft F.F addiert. Dadurch entstehen Messfehler, deren Größe berechnet werden sollen.

Die mechanische Reibung des Masse-Feder-Systems gegen seine Umgebung erzeugt bei Beschleunigung a des Flugzeugs Reaktionskräfte, die der **Trägheitskraft F.T=m.T*a** das ‚Gleichgewicht‘ halten. Die Federkraft **F.F=k.F*x.F** erzeugt die **Auslenkung x.F** der Feder und damit die **Beschleunigungs-Spannung u.a** des Potentiometers. Dazu kommen in der Realität noch **Reibungskräfte F.R**, die von der Geschwindigkeit der Feder-Bewegung **v.F=dx.F/dt** abhängen: **F.R=k.R*v.F**. Sie verursachen bei der Potentiometer-Verstellung eine Verzögerung, die bei beschleunigten Bewegungen des Flugzeugs (Start, Landung) zu (dynamischen) Fehlern der Beschleunigungs-Messung führen. Die Auswirkungen auf die Weg-Ermittlung werden umso größer, je länger der Flug dauert. Das soll im Folgenden berechnet und simuliert werden.

Verzögerung durch Reibung

Bei sprunghafter Änderung der Federkraft würde sich die Länge einer masselosen Feder ebenfalls sprunghaft ändern: **x.F=F.F/k.F**. In guter Näherung ist das bei einem Masse-Feder-System auch dann der Fall, wenn die Masse der Feder gegen die der Gesamtmasse vernachlässigbar klein ist. Davon gehen wir nachfolgend aus. Trotzdem ändert sich die Federlänge bei sprunghafter Änderung der Federkraft nur mit Verzögerung. Der Grund ist die Reibung von Masse und Feder an der Umgebung. Um eine Vorstellung von den dadurch bei der Trägheits-Navigation entstehenden Fehlern zu erhalten, soll ein typischer Fall simuliert werden.

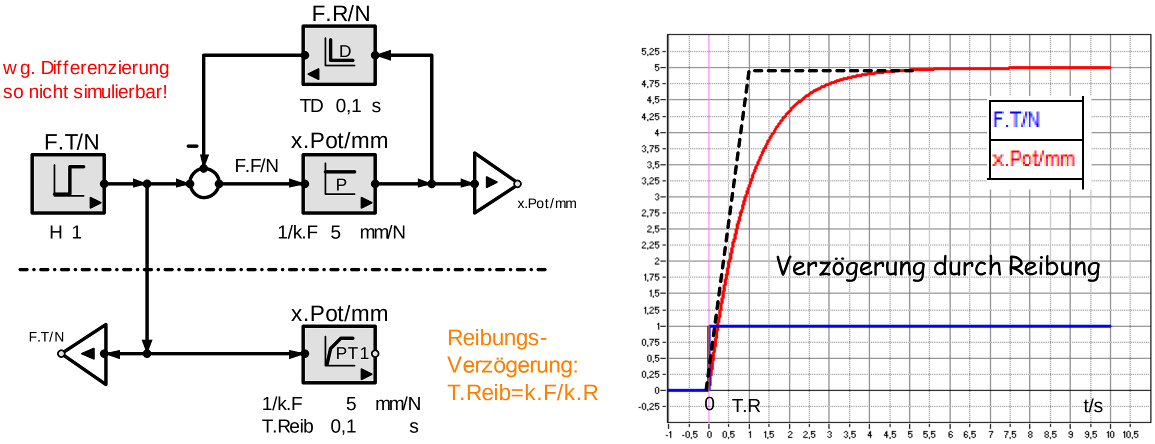


Abb. 3.4.8-13 Durch Reibungskräfte F.R wird eine Feder zur Verzögerung 1.Ordnung.

Die Feder-Zeitkonstante durch Reibung T.Reib

In Abb. 3-90 ist die Reibung des Masse-Feder-Systems durch einen Dämpfer dargestellt. Die Federkonstante k.F (hier 0,2N/mm) beschreibt die Stärke der Feder.

Die Federkraft ist ihrer Auslenkung x proportional: **F.F=k.F*x**.
Die Reibungskonstante k.R beschreibt die Stärke des Dämpfers.
Reibungskräfte sind Geschwindigkeits-proportional: **F.R=k.R*v** – mit v=dx/dt.

Feder und Dämpfer bilden eine **Verzögerung 1.Ordnung** (ein Speicher, ein Verbraucher), die durch eine Zeitkonstante T.Reib beschrieben wird. Zuerst zeigen wir, wie T.Reib von k.F und k.R abhängt und danach machen wir eine Abschätzung von T.Reib für unser Beispiel zur Trägheits-Navigation.

Bei Verzögerungen 1.Ordnung beschreibt die Zeitkonstante die Langsamkeit der Sprungantwort. Ist **x.max die maximale Auslenkung** und **v.max die Anfangs-Geschwindigkeit**, so wird die Zeitkonstante **T=x.max/v.max.** Bei der Feder ist x.max = F.max/k.F, beim Dämpfer ist v.max = F.max/k.R. Daraus folgt:

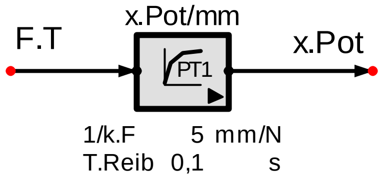
T = k.F/k.R – in s

Zeitkonstanten von **Feder-Dämpfer-Systemen** werden umso größer, je stärker die Feder (k.F) ist und umso kleiner, je stärker der Dämpfer (k.R) ist.

Zahlenwerte für die Trägheits-Navigation:
Bei der Maximal-Beschleunigung (hier 2m/s²) ist die Trägheitskraft der Test-Masse **F.max=2N**. Sie erzeugt bei der Feder die maximale Auslenkung **x.max=10mm**.
Daraus erhält man die Federkonstante **k.F=**2N/10mm=**0,2N/mm**.

Dazu wird die Maximal-Geschwindigkeit der Feder bei sprunghafter Beschleunigungs-Änderung gemessen: hier z.B. **v.max= 100mm/s**.
Daraus ergibt sich eine Reibungs-Zeitkonstante **T.Reib** = 10mm/(100mm/s) **= 0,1s**.
Mit T.Reib kann die **Reibungs-Konstante k.R** für diesen Fall angegeben werden:
k.R= k.F/T.Reib = (0,2N/mm) / 0,1s = **2N/(mm/s).**

Deshalb werden in der folgenden Struktur zur Trägheits-Navigation den Zusammenhang zwischen Trägheitskraft F.T und Potentiometer-Verstellung x.Pot als Verzögerung 1.Ordnung beschreiben.



Die Struktur zum Reibungs-behafteten Trägheits-Mess-System

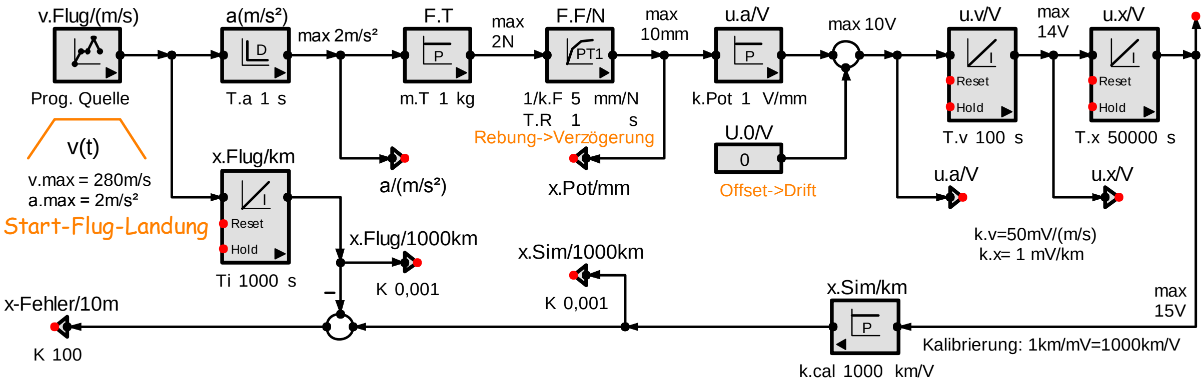


Abb. 3.4.8-14 Zur Berücksichtigung der Reibung ist der Block der Federkraft F.F/N eine Verzögerung.

Simulations-Ergebnisse nach einer Flugzeit von 15h

u.x/V	14
u.a/V	0
x.Pot/mm	0
a/(m/s²)	0
x.Sim/1000km	15,099
x.Flug/1000km	15,099
x-Fehler/1m T.Reib = 0s	-28
u.x/V	15,099

u.x/V	14
u.a/V	0
x.Pot/mm	0
a/(m/s²)	0
x.Sim/1000km	15,099
x.Flug/1000km	15,099
x-Fehler/1m T.Reib = 0,1s	-56
u.x/V	15,099

u.x/V	14
u.a/V	0
x.Pot/mm	0
a/(m/s²)	0
x.Sim/1000km	15,099
x.Flug/1000km	15,099
x-Fehler/1m T.Reib = 0,2s	-84
u.x/V	15,099

Abb. 3.4.8-15 Eine Verzögerung bei der Beschleunigungs-Messung um 0,1s erzeugt bei der Trägheits-Navigation beim A380 einen Wegfehler von 28m.

Das Drift-Problem

Drift ist das langsame Weglaufen eines Integrator-Ausgangs, hervorgerufen durch eine Fehlerspannung an seinem Eingang, genannt '**Offset-Spannung U.0'.** Hier ist U.0 die Potentiometer-Spannung u.Pot bei **stehendem Flugzeug**. Sie steht am Eingang des ersten Integrators an und erzeugt an seinem Ausgang u.v, dem Eingang des zweiten Integrators, eine mit der Zeit linear ansteigende Spannung. So entstehen Geschwindigkeits- und Wegmessungs-Fehler. Bei realen Integratoren muss U.0 im Stand so genau wie möglich auf Null abgeglichen werden. Danach wirkt nur noch die Temperaturdrift der Offset-Spannung **DT=dU.0/dT**.

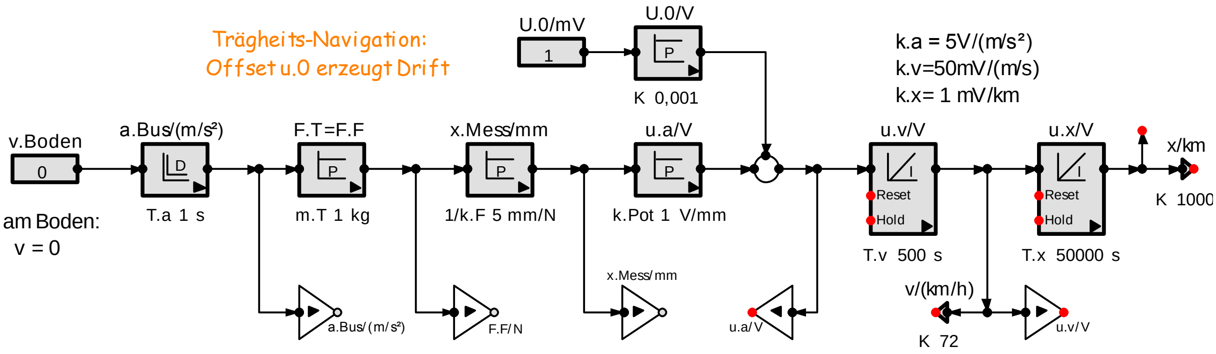


Abb. 3.4.8-16 Drift-Simulation für die Weg-Bestimmung der Trägheits-Navigation

Nun soll die Auswirkung einer Offset-Spannung auf die Ausgänge u.V und u.x der Integratoren anhand der Abb. 3.4.8-16 untersucht werden. Dazu wird die Eingangs-Geschwindigkeit auf null gesetzt (v.Flug wird v.Boden=0) und am Eingang des ersten Integrators eine Offset-Spannung U.0 angenommen.

Simulation der Integrator-Driften

Als Beispiel wählen wir **U.0=1mV**. Das sind der 10000-ste Teil der Referenz-Spannung U.Ref=10V - ein Wert, der noch relativ leicht einstellbar ist.

Dazu betrachten wir den Verlauf der Integrator-Ausgänge **u.v (für die Geschwindigkeit v)** und **u.x (für den Weg x).** Danach können wir beurteilen, ob eine Offset-Spannung von 1mV für die vorliegende Anwendung genau genug ist – oder ob Verbesserungs-Bedarf besteht. Zum Schluss geben wir an, welche Nullpunkts-Genauigkeiten mit den heute angebotenen Verstärkern und Referenzen erreichbar sind.

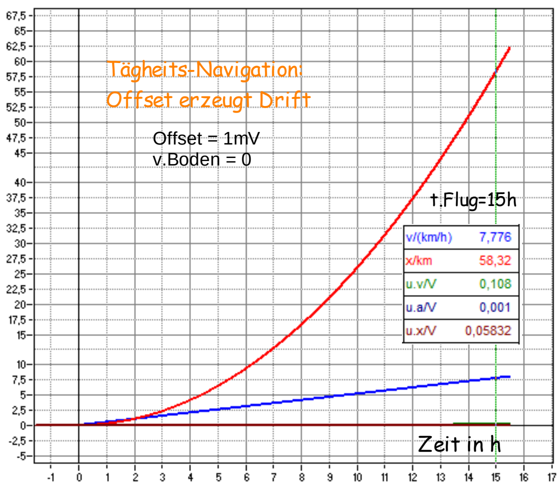


Abb. 3.4.8-17 Zeitlicher Verlauf der Integrator-Ausgänge bei einer Offset-Spannung von 1mV: Der Geschwindigkeits-Fehler steigt linear mit der Zeit an, der Weg-Fehler ist quadratisch.

Bei einer Offset-Spannung von 1mV und einer Flugzeit von 15 Stunden ist der Geschwindigkeits-Fehler der Trägheits-Navigation beim A380 **7,8km/h** und der Weg-Fehler **58km!** Ob das noch wesentlich verbessert werden kann, zeigt ein Blick auf die angebotenen elektronischen Verstärker und Referenzen.

Zur thermischen Stabilität der Elektronik
Die technische Herausforderung besteht in der Realisierung hochstabiler Referenz-Spannungen und Offset-freier Analog-Verstärker. Nahezu offsetfreie Operations-Verstärker (OP's) realisiert man durch **Chopper-Stabilisierung**. Dazu wird die Offset-Spannung zyklisch gemessen und dem Verstärker-Eingang negativ aufgeschaltet, sodass die Summe im Mittel (nahezu) Null ergibt.

Beispiel: Der Chopper-stabilisierte OP **ICL7652 der Fa. MAXIM**
U.0<1µV; Drift ≈ 10nV/K.

Ein noch größeres Problem sind die **Temperatur-stabilen Referenz-Spannungen** (±U.Ref).
Beispiel: MAX6176 - Referenz-Ausgang **U.Ref=10V**,
Temperatur-Koeffizient **TK=3ppm/K**, entsprechend einer
Temperatur-Drift **D.T = TK*U.Ref=30µV/K**.

Die hier geforderte, extreme thermische Stabilität lässt sich nur erreichen, wenn Referenzen und Verstärker in einem **Temperatur-stabilisierten Gehäuse** betrieben werden. Temperatur -Schwankungen um 1K würden hier **Integrator-Eingangsspannungen von 30µV** erzeugen. Das ist 1mV/33. Damit würden sich die Weg- und Geschwindigkeitsfehler gegenüber den oben für U.0=1mV berechneten Werten um den Faktor 33 verkleinern:

nach 15 Stunden Flug wäre **Δv ≈ 0,24km/h** und **Δx ≈ 1,7km**.

Deshalb sollen bei der Trägheits-Navigation so oft wie möglich Erd- oder Weltraum-gestützte Korrekturen erfolgen.