Leseprobe aus Kapitel 4 ‚Mechanik' des Buchs

‚Strukturbildung und Simulation technischer Systeme'

Vorher behandelt wurde der mechanische Oszillator, bestehend aus Masse, Feder und Dämpfer. Nun wird dieses System auf einen Kreisel angewendet. Antrieb ist die durch hohe Rotations-Geschwindigkeit extreme Trägheit seiner Drehmasse. Das bedeutet, dass Kreisel inertial arbeiten, d.h. Signale durch ihre eigene Trägheit erzeugen und keine externe Stütze benötigen. Sie messen Winkel-Geschwindigkeiten im gesamten Universum wie auf der Erde. Anwendung: Stabilisierung von Raketen-Bahnen.

Weitere Informationen zum Buch finden Sie unter

strukturbildung-simulation.de

4.1.1 Der Wendekreisel

Der Begriff ‚**Wende**, wird immer dann verwendet, wenn Winkel-Geschwindigkeiten gemessen werden. Wendekreisel dienen zur Messung der inertialen Winkelgeschwindigkeiten der Plattform, auf denen sie montiert sind.

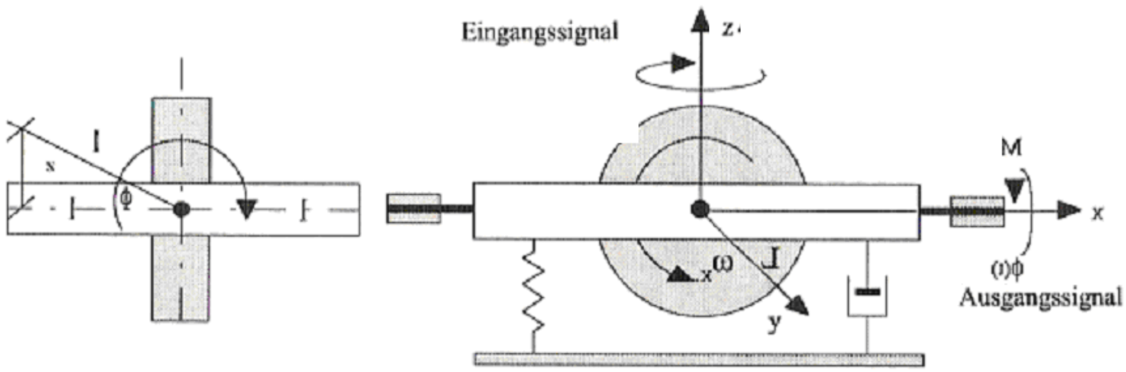

Abb. 4.1.1-1 Kennzeichen des Wendekreisels ist die Federfesselung des Ausgangs-Rahmens, der proportional zur Winkel-Geschwindigkeit der Eingangsachse (hier z) ausgelenkt wird.

Als Beispiele wählen wir ein Fahrzeug, dessen Winkel-Geschwindigkeit in Seite (Azimut) und Höhe (Elevation) gemessen werden sollen:

1. um die Hochachse z für den Azimutwinkel und
2. um die Querachse y für den Elevationswinkel.

Zur Erläuterung der Wirkungsweise des Kreisels beschreiben wir zuerst, wie er sich bei Drehmomenten und Drehzahlen um die Eingangsachse verhält und anschließend, warum dies so ist. Die zugehörige Ableitung des Kreisel-Verhaltens wird zeigen, wie der Zusammenhang zwischen Winkelgeschwindigkeiten und Antriebsmomenten um die Ein- und Ausgangsachsen berechnet wird. Ein Beispiel dazu folgt nach der Erklärung der Funktion des Kreisels.

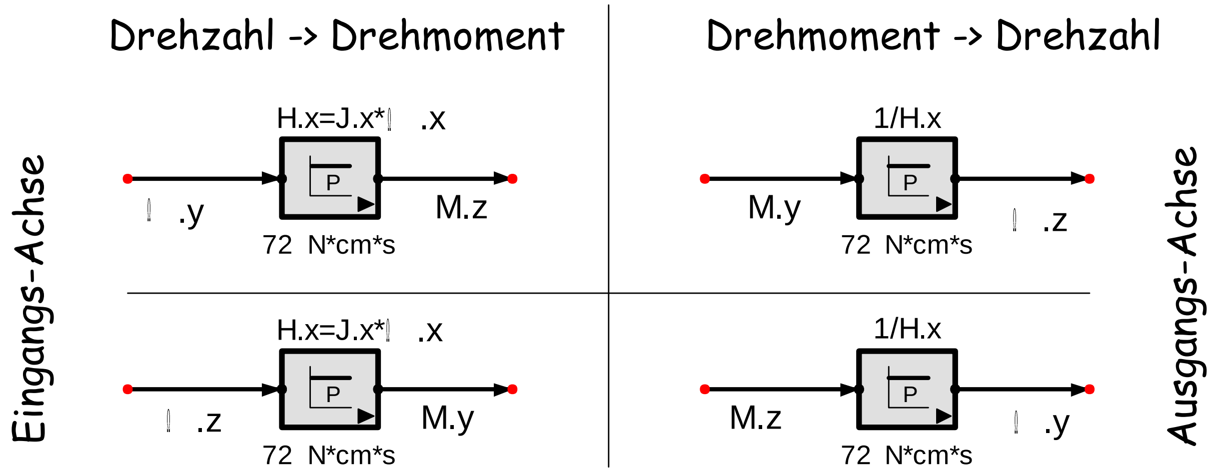

Abb. 4.1.1-2 Der Kreisel als Wandler von Drehzahl in Drehmoment und umgekehrt

Im Betrieb verhält sich der Kreisel folgendermaßen:

Wirkt um die **Eingangsachse ein Antriebs-Moment,** so reagiert die **Ausgangsachse mit einer Winkel-Geschwindigkeit, genannt Präzession,** erzwingt das Fahrzeug, auf dem der Kreisel montiert ist, eine **Winkelgeschwindigkeit um die Eingangsache**, so erzeugt der Kreisel um die **Ausgangsache ein proportionales Antriebs-Moment**.
Dadurch dreht der freie Kreisel seine Spinachse in Richtung Eingangsachse. Der Vorgang ist beendet, wenn die Spinachse mit der Eingangsachse zusammenfällt. Dann rotiert der Kreisel **antiparallel** zur äußeren Drehzahl (minimale Gesamt-Energie = Prinzip des kleinsten Zwanges).

Nun ist zu erklären, dass Kreisel auf Drehmomente um eine Achse (Eingangsachse, die nicht die Spinachse z ist), mit Drehgeschwindigkeiten um die dazu senkrechte Achse (Ausgangsachse) reagieren. Umgekehrt erzeugen sie bei Drehgeschwindigkeiten um die Eingangsache Drehmomente um die Ausgangsachse. Das wird nachfolgend zur Messung inertialer Winkel-Geschwindigkeiten genutzt.

Zur Erklärung der Wirkungsweise von Kreiseln muss der Zusammenhang zwischen Drehmomenten und Drehzahlen um die Kreiselachsen bekannt sein. Dazu ist räumliches Denken erforderlich.

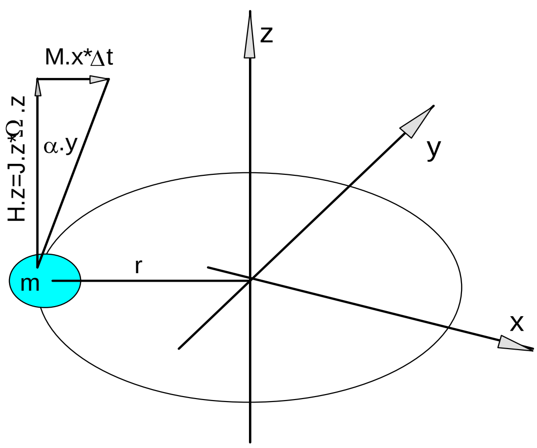

Abb. 4.1.1-3 Zur Ableitung der Kreisel-Präzession Ω.y = H.z · M.x

Die folgende Ableitung benutzt den Begriff des **Drehimpulses H = M · Δt = J · ΔΩ**. Er ist analog zum **linearen Impulses p = F · Δt = m · Δv** (Kapitel **3 Dynamik).**

Zur Erläuterung des Kreisels betrachten wir die obige Abbildung. Sie zeigt eine um die Spinachse z rotierende Masse. Sie besitzt den Drehimpuls **H.z = J.z · Ω .z**. Senkrecht dazu wirkt eine kurze **Zeit Δt** ein Drehmoment **M.y um die Eingangs-Achse y**. Berechnet wird die dadurch erzeugte Drehung der **Rotations-Ebene yz** um die Ausgangsachse x.

Der Kreiselspin H
Um seine Rotationsachse z besitzt der Kreisel das Massenträgheitsmoment J.z. Bringt man es auf eine Drehzahl Ω.z (in rad/s ≈10U/min), so erhält es den Drehimpuls H.z = J.z · Ω.z, hier Spin genannt.

Zahlenwerte: Drehzahl: n.z = 19100Umdr/min => Ω.z = 2000rad/s
Masse m = 0,2kg; Radius r = 6cm -> Massenträgheits-Moment: **J.z = 0,036N·cm·s²**
Spin: **H.z = J.z · Ω.z = 72N·cm·s.**
-> die Drehmoment-bezogene Geschwindigkeit der Ausgangsache y:
Ω.z/M.x = 1/H.z = 0,02(rad/s)/N·cm = 1,15(°/s)/N·cm.

Nun berechnen wir die Drehmoment-bezogene Geschwindigkeit der Eingangsachse x:
Höhe des Zylinders: h = r = 6cm => **J.x = J.y = 0,024N·cm·s²**

Berechnung der Ausgangs-Drehzahl
Eine Masse m umkreist die z-Achse im Abstand r. Dann besitzt sie den Spin **H.z = (m/2)·r²**. Um die Eingangsachse x wirkt für kurze Zeit Δt das Drehmoment M.x. Das ändert den Drehimpuls um **ΔH.x = M.x·Δt**. Dadurch vollführt die Rotationsebene der Drehmasse m eine Drehung α.y um die Ausgangsachse y. Wirkt M.x lange genug, so würde die **Masse m** am Schluss um y rotieren **(Prinzip des geringsten Zwanges)**. Bei technischen Kreiseln wird dies jedoch verhindert, z.B. durch einen Anschlag. Dadurch bleibt der Drehwinkel α.y immer klein gegen 90°. α.y errechnet sich aus dem Tangens der Drehimpulse um x und z:

$$\alpha.y \approx \tan(\alpha.y) = \frac{M.x * \Delta t}{J.z * \Omega.z} \quad -> \quad \Omega.y = \frac{\alpha.y}{\Delta t} = \frac{M.x}{H.z}$$

Das heißt:
Die Winkelgeschwindigkeit Ω.y um die Ausgangsachse (hier y) ist dem Drehmoment M.x um die Eingangsachse x proportional (=Präzession) und umgekehrt: eine Drehzahl um y erzeugt ein Antriebsmoment um x:

$$M.x = H.z * \Omega.y \quad \text{und} \quad \Omega.x = m.y / H.z$$

Proportionalitäts-Konstante zur Umrechnung von Ω.y in das Antriebs-Moment M.x ist der **Keisel-Spin H.z.** Bei Änderung der Lage der Spinachse werden die Indizes zyklisch vertauscht.

Abb. 4.1.1-4 Der Kreisel als Wandler von Drehzahl in Drehmoment und umgekehrt

Jede Unsymmetrie der Kreisel-Mechanik erzeugt durch die Schwerkraft der Erde ein Drehmoment. Diesem äußeren Zwang weicht der Kreisel durch Rotation um die beim

Hochlauf eingenommene Richtung der Spinachse aus. Diese Rotation um die eigene Achse heißt Präzession. Entsprechend ist es auch nicht möglich, die Spinachse eines Kreisels durch ein Gewicht in die Lotrechte zu zwingen. Er würde nur noch schneller präzidieren.

4.1.3 Regelkreis für inertiale Winkel-Geschwindigkeiten

Zur Stabilisierung ihrer Lage oder Winkel-Geschwindigkeit besitzen die Fahrzeuge steuerbare Antriebe: die Rakete hat Strahl-Triebwerke, der Panzer Hydraulik-Zylinder und Ölmotoren und das Schiff in Querrichtung bewegliche Massen.
Die selbsttätige Stabilisierung erfolgt durch Regelkreise, die die inertialen Rotationsgeschwindigkeiten kontrollieren (inertial: Bezug ist die eigene Massenträgheit).

Das Messmittel für inertiale Winkel-Geschwindigkeiten sind technische Kreisel. Das sind schnell rotierende Massen mit Antriebs-Motor und elektrischen Ausgängen, deren Spannung oder Strom der Inertial-Geschwindigkeit ihrer Plattform proportional ist. Das soll im Folgenden erklärt und simuliert werden. Wir beginnen mit der Erläuterung eines Regelkreises mit einem Kreisel als Messwandler. Danach folgt die Erklärung und Simulation des Kreisels selbst.
Als Beispiel wählen wir die Stabilisierung einer Panzerkanone in der Höhe (Elevation). Das Stellglied ist hier ein Hydraulik-Zylinder. Die Stabilisierung in der Seite (Azimut) ist prinzipiell gleich, nur ist hier das Stellglied wegen der großen einzustellenden Winkel ein Ölmotor (Kapitel 12 Pneumatik).
Die Stabilisierung der Panzer-Kanone ermöglicht die Auffassung und Bekämpfung eines Ziels während der Fahrt. Die Trefferwahrscheinlichkeit ist hoch (>80%), da ein Aufsatz- und Vorhalt-Rechner die Windgeschwindigkeit (quer) und die Relativgeschwindigkeit zum Ziel in Abhängigkeit von der gemessenen Entfernung berücksichtigt. Das Schießen aus der Fahrt vermindert außerdem die Wahrscheinlichkeit, selbst getroffen zu werden.

Der Stabilisierungs-Regelkreis für die Elevation hat folgenden Aufbau:

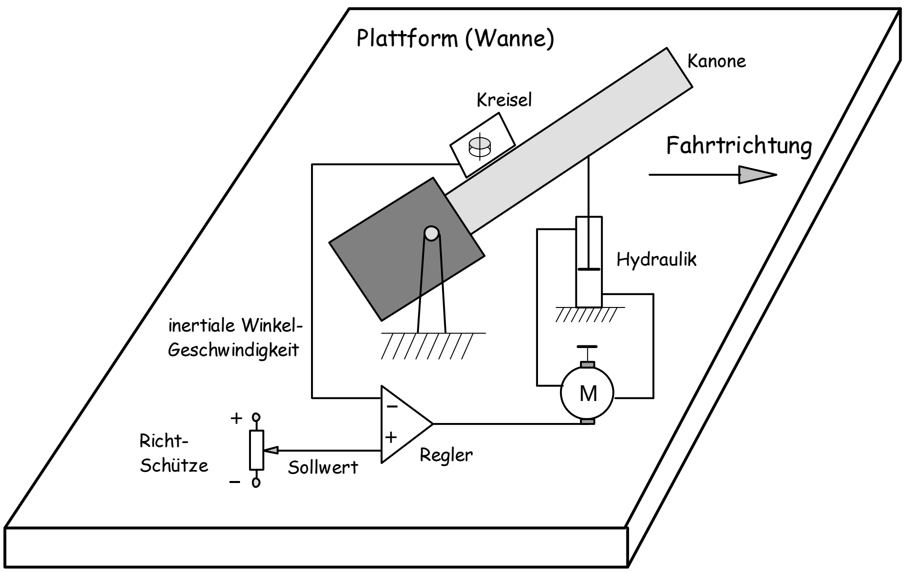

Abb. 4.1.3-1 Regelkreis zur Stabilisierung einer Panzer-Kanone in der Höhe (Elevation). Die Kanone soll, nachdem sie auf das Ziel ausgerichtet ist, in Ruhe bleiben, obwohl ihre Aufhängung (die Panzerwanne) sich während der Fahrt dreht. Wenn der Regelkreis funktioniert, stellt der Regler den Hydraulik-Zylinder immer so ein, dass er die Bewegung des Panzers ausgleicht.

Voraussetzung für die Stabilisierung der Richtung einer Kanone ist die Messung ihrer inertialen Geschwindigkeit, hier um die Querachse (Elevation). Der Regler vergleicht den Messwert (Istwert) mit dem vorgegebenen Sollwert und verstärkt die Differenz (den momentanen Einstellfehler) zum Stellsignal für den Hydraulik-Antrieb. So wird die Ist-Geschwindigkeit dem Sollwert, den der Kommandant oder Richtschütze vorgibt, angeglichen. Ist der Sollwert Null, so verharrt die Kanone in ihrer inertial stabilen Lage, fast unabhängig von den Bewegungen des Panzers (hier der Plattform). Das ermöglicht die Beobachtung und Bekämpfung des Ziels während der Fahrt.

Die Struktur des Regelkreises zur Stabilisierung der Elevation sieht so aus:

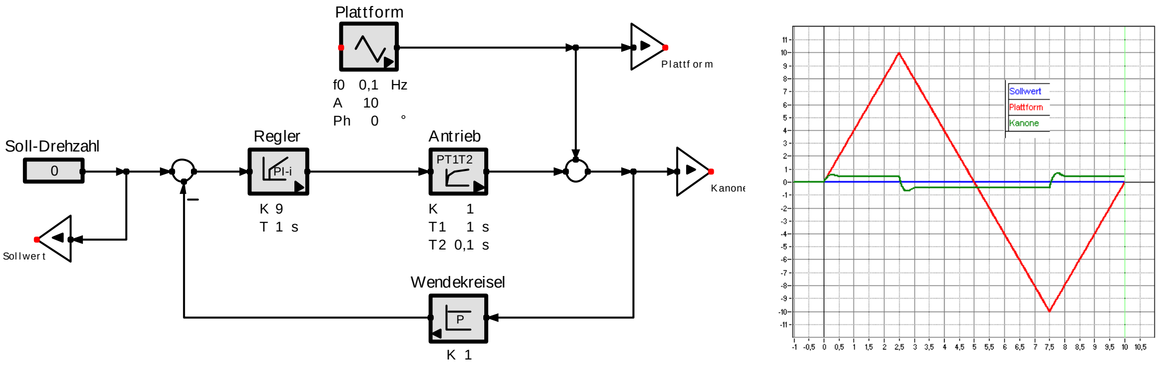

Abb. 4.1.3-2 Kanone-Elevation: Regelkreis zur Waffen-Stabilisierung in der Höhe. Vom Richtschützen wird so lange ein Geschwindigkeits-Sollwert vorgegeben, bis die Waffe auf das Ziel zeigt. Danach stabilisiert der Kreis die Lage, so dass aus der Fahrt geschossen werden kann. Als Test wurde eine rampenförmige Bewegung der Plattform (Panzer-Wanne) angenommen. Der Graph zeigt die nicht-ausgeregelte Restgeschwindigkeit der Waffe.

Um die Panzer-Kanone vollständig zu stabilisieren, muss für die Bewegung des Fahrzeugs in der Seite (Azimut) ein gleichartiger Regelkreis aufgebaut werden. Die Messung der inertialen Winkelgeschwindigkeiten erfolgt durch einen Kreisel für jede zu stabilisierende Drehrichtung. Das soll nun berechnet und simuliert werden.

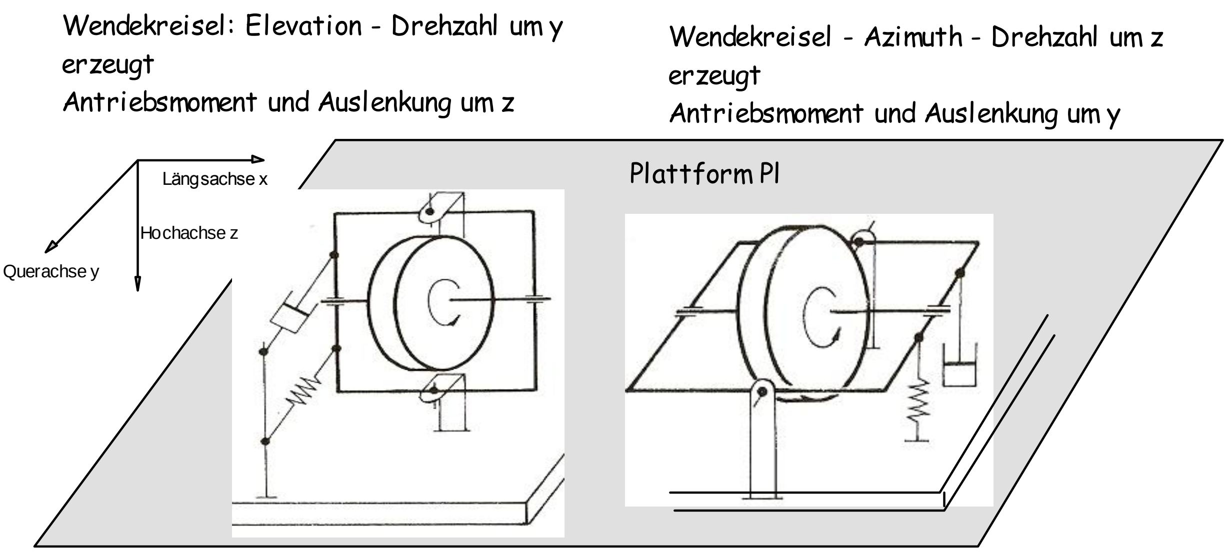

Abb. 9-47 Kreiselplattform zur Messung der inertialen Elevations- und Azimut-Geschwindigkeit.

Die Daten des Wendekreisels
Für unser Beispiel sind folgende Parameter des Wendekreisels bereits bekannt:

> **Massenträgheitsmoment J.AA** und **Spin H.SA,**
> **Feder-Konstante c.F** und **Reibungs-Konstante c.R.**

Die interessierenden Kreiseldaten sind:

1. **Messkonstante k.Mess = φ.Ra**hmen/**Ω.Pl**attform = H.AS/c.F
   Gefordert wird der Messbereich, z.B. k.Mess = **1°/(°/s)=1s.** Der kann durch die Federkonstante c.F eingestellt werden.
2. die **Dämpfung 2d = c.R/√(J.AA·c.F).** Optimal ist 2d=1. Das lässt sich durch eine passende Reibungs-Konstante c.R einstellen.

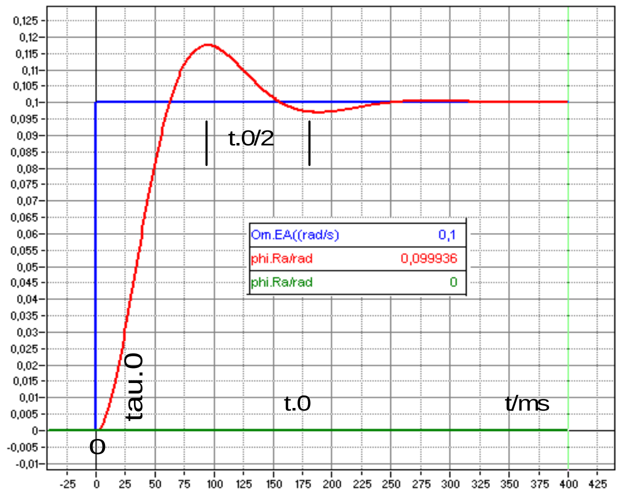

Abb. 4.1.3-3 Messung einer inertialen Dreh-Geschwindigkeit durch einen Wende-Kreisel:

3. **Eigen-Zeitkonstante tau.0 = √(J.AA/c.F)).** Tau.0 ist das Maß für die Langsamkeit des Drehzahl-Messers ‚Kreisel'. **π·tau.0 = t.02** ist die bei schwach gedämpftem System durch eine Sprungantwort messbare, halbe **Einschwingzeit t.0/2.**

4. Der **Störeinfluss**: Wie die Berechnungen des Wendekreisels zeigen werden, erzeugen Beschleunigungen α der Ausgangsachse der Plattform ebenfalls Auslenkungen des Kreiselrahmens. Wie groß dieser Einfluss ist, muss ebenfalls berechnet werden.

5. Die **Eingangs-Rückwirkung**. Darunter ist das zur Bewegung der Kreisel-Plattform erforderliche Antriebsmoment zu verstehen. Man muss es kennen, um den Antriebsmotor, der zur Stabilisierung nötig ist, dimensionieren zu können.

Die Struktur des Wendekreisels

Die Berechnung der zuvor angegebenen Daten erfolgt am übersichtlichsten aus der Struktur des Wendekreisels. Hier kommt sie:

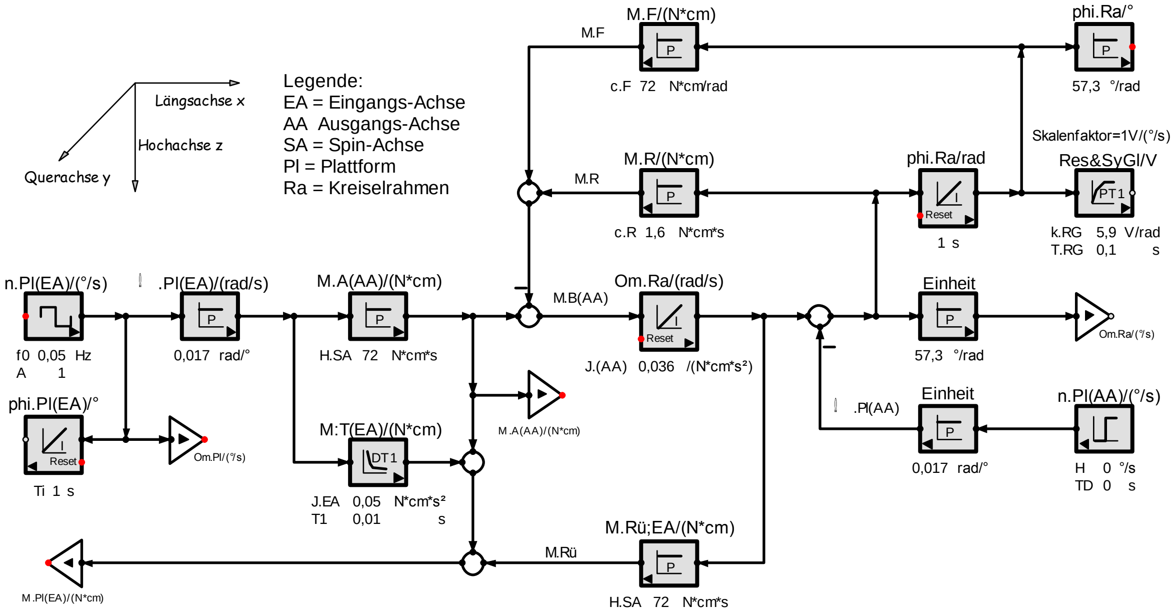

Abb. 4.1.3-4 WK-Struktur: Struktur zum Feder-gefesselten Kreisel nach Abb. 24. Sie zeigt, wie die Drehungen der Plattform um ihre Querachse y und ihre Hochachse z Auslenkungen um die Querachse y erzeugen.