Leseprobe aus Kapitel 4 ‚Mechanische Dynamik' des Buchs

‚Strukturbildung und Simulation technischer Systeme'

In diesem Beispiel wird gezeigt, wie Formeln Strukturbildung numerisch berechnet werden können. Die soll sie auf die kommenden Simulationen physikalischer Systeme vorbereiten.

Weitere Informationen zum Buch finden Sie unter

strukturbildung-simulation.de

1.1.1 Haftreibung

Gäbe es nur die nur die Gleitreibung, würden antriebslose Fahrzeuge unendlich lange ausrollen. Wie bekannt, kommen sie jedoch beim Erreichen einer Minimal-Geschwindigkeit zum Stillstand. Um sie wieder in Bewegung zu setzen, muss ihre Haftreibung überwunden werden.

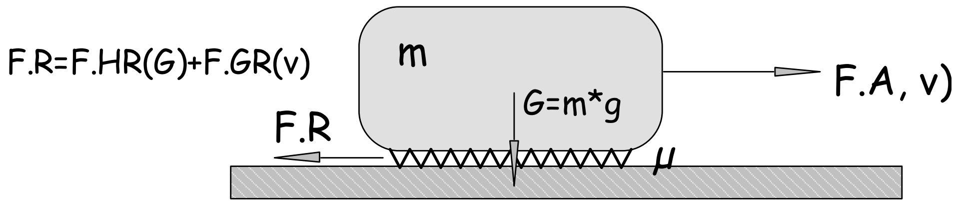


Abb. 1.1.1-1 Die gesamte Reibungskraft F.R ist die Summe aus Haftreibung F.HR und Gleitreibung F.GR.

Wo wird die Haftreibung gebraucht?

Wie bereits beim Dämpfer (oben) und Elektro-Motor gezeigt (Kapitel 6: Elektrische Maschinen), ist die Gleitreibung Geschwindigkeits-proportional. Die Haftreibung dagegen wirkt nur bei stehenden Fahrzeugen. Ursache der Haftreibung sind Unebenheiten der gegeneinander bewegten Teile (Rauigkeiten der Wellen und Lager).

zur Simulationen der Haft-Reibung

- Ein Anwendungs-Beispiel zur Haft- und Gleit-Reibung ist ein **anfahrender und fahrender Zug**.

Im Kapitel 7.4 der ‚Simulierten Regelungs-technik' wird beim Thema ‚Dampfmaschine' simuliert. Dort bestimmt die Haft-Reibung die Kraft zum Anfahren und die Gleitreibung den Kohle- und Wasser-Verbrauch beim Fahren.

- Am Schluss dieses Kapitels werden wir unter 1.1.1.1 zeigen, wie eine Regelstrecke mit Haft-Reibung geregelt werden kann.

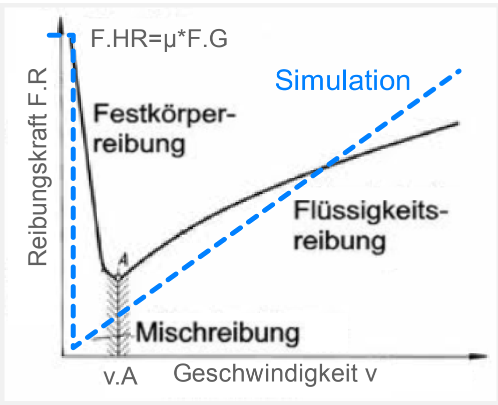


Abb. 1.1.1-2 Die Geschwindigkeits-Abhängigkeit der Reibungskraft F.R

Vergleich von Haft- und Gleit-Reibung
Ohne Haft-Reibung würde ein antriebslos ausrollendes Fahrzeug nie zum Stillstand kommen.
Deshalb beschreibt die Haft-Reibung das Verhalten bei kleinen Geschwindigkeiten.

Ohne Gleit-Reibung ginge die Geschwindigkeit eines mit konstanter Kraft angetriebenen Fahrzeugs mit der Zeit gegen unendlich. Das ist noch nicht einmal im Weltraum möglich.

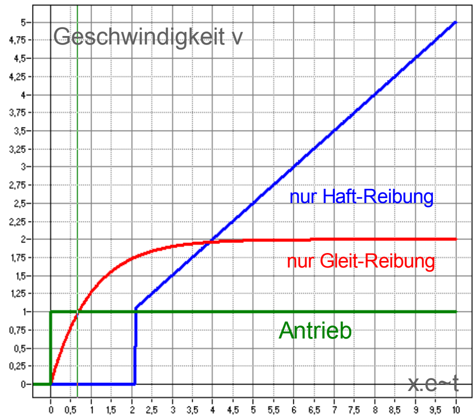


Abb. 1.1.1-3 die Extreme: nur Haft- und nur Gleit-Reibung

Fazit: Im Bewegungs-Zustand (dynamisch) verschwindet die Haft-Reibung.
Übrig bleibt nur die Geschwindigkeits-proportionale Gleit-Reibung.

Die Reibungszahl μ
Um die **Haftreibungskraft F.HR** zu messen, zieht man das Fahrzeug über eine Federwaage und merkt sich ihren Wert beim Anfahren Messungen zeigen, dass die Haftreibungskraft F.HR dem GewichtF.G eines Fahrzeugs proportional ist (F.HR~G). Das Verhältnis heißt

Reibungszahl μ = F.HR/F.G.

μ wurde für viele praktisch wichtige Fälle gemessen und kann Tabellenbüchern entnommen werden:

Reibungszahlen der Haftreibung

Werkstoff	auf Werkstoff	Haftreibung μ_0 trocken	Haftreibung μ_0 mit Wasser	Haftreibung μ_0 geschmiert
Bronze	Bronze			0,11
	Grauguß			
	Stahl	0,19		0,10
Grauguß	Grauguß			0,16
	Stahl	0,18…0,24		0,10
Gummi	Asphalt			
	Beton			
Hanfseil	Holz	0,50		
Lederriemen	Eiche	0,50		
	Grauguß	0,40	0,50	0,12
Stahl	Eiche	0,50…0,60		0,11
	Eis	0,027		
	Stahl	0,15…0,30		0,10
	PE-W 1)			
	PTFE 2)			
	PA 66 3)			
	POM 4)			
PE-W 1)	PE-W 1)			
PTFE 2)	PTFE 2)			
POM 4)	POM 4)			

Abb. 1.1.1-4 Haftreibungszahlen aus Gieck, Z7 – 30. Erweiterte Ausgabe, 1995

Simulation von Haft—und Gleitreibung

Bei der Simulation eines Fahrzeugs oder eines Ventils mit Haftreibung müssen zwei Fälle unterschieden werden:

1. Stehendes Fahrzeug: Es wirkt nur die Haftreibung (F.HR=μ*G).
2. Bewegtes Fahrzeug: Es wirkt im Wesentlichen die Gleitreibung (F.GR=k.R*v).

Zur Unterscheidung dieser Fälle wird ein Vergleicher benötigt. Sein Ausgang soll 1 sein, solange die **Antriebskraft F.A** kleiner als die **Haftreibungskraft F.HR** ist. Sein Ausgang wird null, wenn F.A größer als F.HR ist. Wir nennen ihn **Haftreibungs-Diskriminator**:

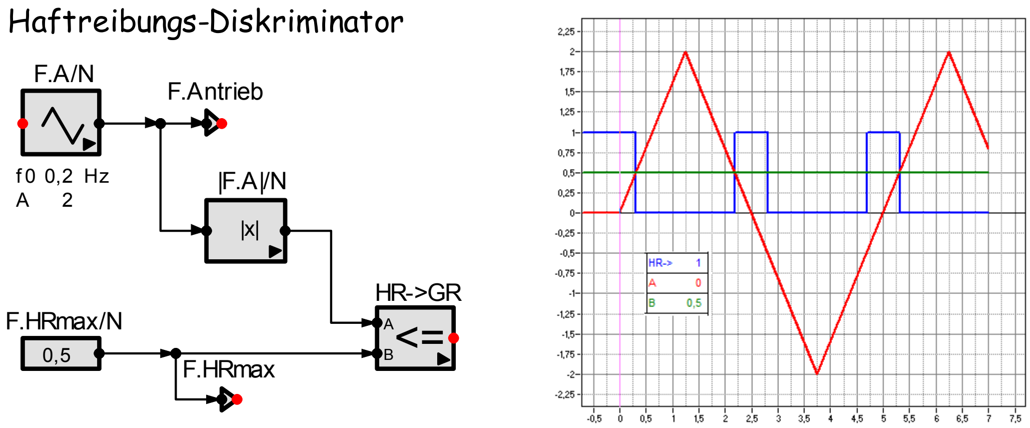


Abb. 1.1.1-5 Test eines als Haftreibungs-Diskriminator dienenden Vergleichers: In SimApp finden sie ihn in der Gruppe ‚Verschiedenes'. Solange der Betrag der Antriebskraft kleiner als die maximale Haft-reibungskraft ist, ist der Vergleicher-Ausgang Eins=Haftreibung, andernfalls wird er null=Gleitreibung.

Simulation einer Masse mit Haft- und Gleitreibung

Das nächste Bild zeigt die Struktur der oben abgebildeten Masse mit Gleit- und Haftreibung.

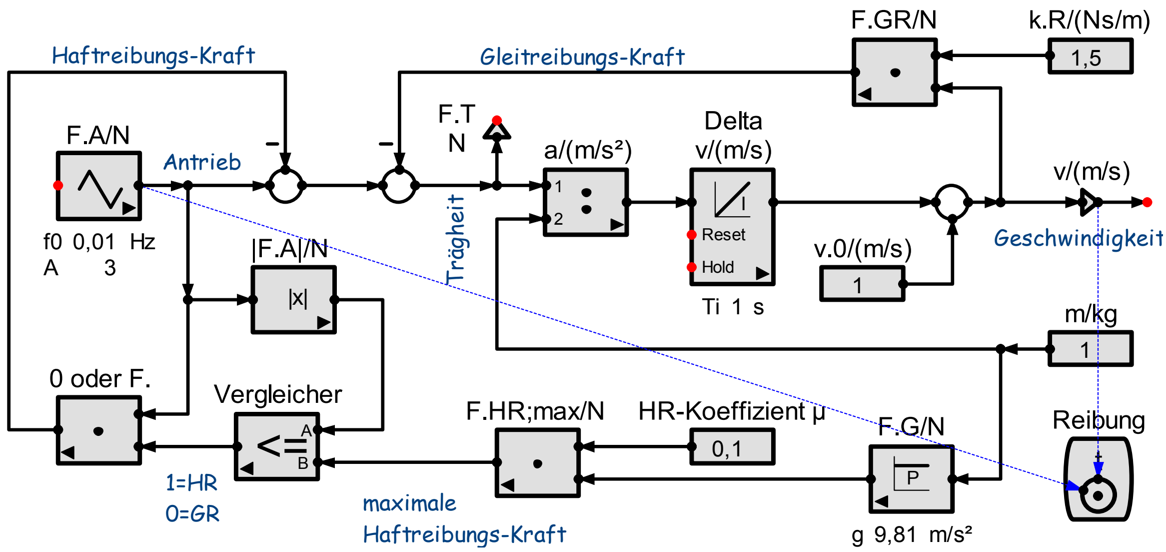


Abb. 1.1.1-6 Antrieb einer Masse m mit Haftreibung (μ) und Gleitreibung (k.R)

Erläuterungen zur Struktur der Masse mit Haft-Reibung:

1. Der untere Zweig berechnet die maximale Haftreibungskraft F.HR;max der **bewegten Masse m** über ihr **Gewicht G=m*g** mit der **Reibungszahl µ** (aus Messungen oder Tabellen) und der **Erdbeschleunigung g=9,8m/s²**.
2. Der Ausgang des Komparators (unten links) ist 1, wenn der Betrag der Antriebskraft |F.A|<F.HR;max ist. Bei |F.A|>F.HR;max wird der Komparator-Ausgang null.
3. Der Ausgang der ersten Summierstelle ist null, solange F.A<F.HR;max ist. Für |F.A|>F.HR;max wird ihr Ausgang gleich F.A. Dies ist eine Näherung. Sie gilt, wenn die Haftreibung bei bewegter Masse völlig verschwindet.
4. Der dann folgende Vorwärtszweig berechnet das bereits vorher beschriebene lineare System aus Masse (m) und Reibung (k.R).

Das Simulations-Ergebnis
Die angegebene Struktur des Massen-Antriebs mit Gleit- und Haftreibung ist eine Näherung.

Sie gilt unter folgenden Voraussetzungen:

- Die Haftreibung verschwindet, sobald sich die Masse bewegt. (Ein Tropfen Öl wirkt Wunder.)
- Die Grenze zwischen Haft-und Gleit-Reibung ist relativ scharf.

  Wäre sie es nicht, hätte der Geschwindigkeits-Verlauf eine Hysterese.

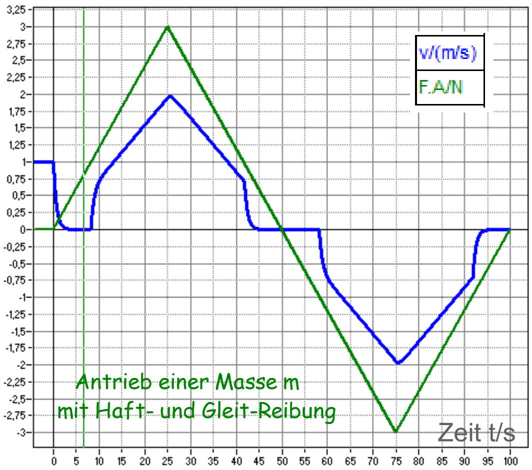


Abb. 1.1.1-7 Die Geschwindigkeit v einer Masse m mit Haft- und Gleit-Reibung bei linearem Anstieg und Abfall der Antriebskraft. Der Geschwindigkeits-Sprung erfolgt bei F.A=F.HR;max

Masse mit Haftreibung als Anwenderblock
Anschließend soll die Geschwindigkeit v einer reibungs-behafteten Masse m geregelt werden. Dazu erzeugen wir aus der oben angegebenen Struktur einen Anwenderblock.

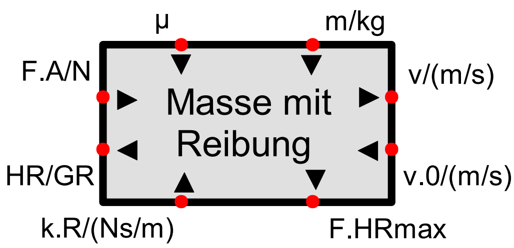


Abb. 1.1.1-8 Masse mit Haft- und Gleitreibung als Anwenderblock: Eingang ist die angreifende Kraft F.A, Ausgang ist ihre Geschwindigkeit v. Frei einstellbare Parameter sind die bewegte Masse m, die lineare Reibungs-Konstante k.R, die Reibungs-zahl µ und eine Anfangs-Geschwindigkeit v.0.

1.1.1.1 Drehzahl-Regelung mit Haftreibung

Durch eine Geschwindigkeits-Regelung soll die Masse mit Haftreibung linearisiert werden. Für beste Genauigkeit und optimale Dynamik wird ein PI-Regler gewählt.

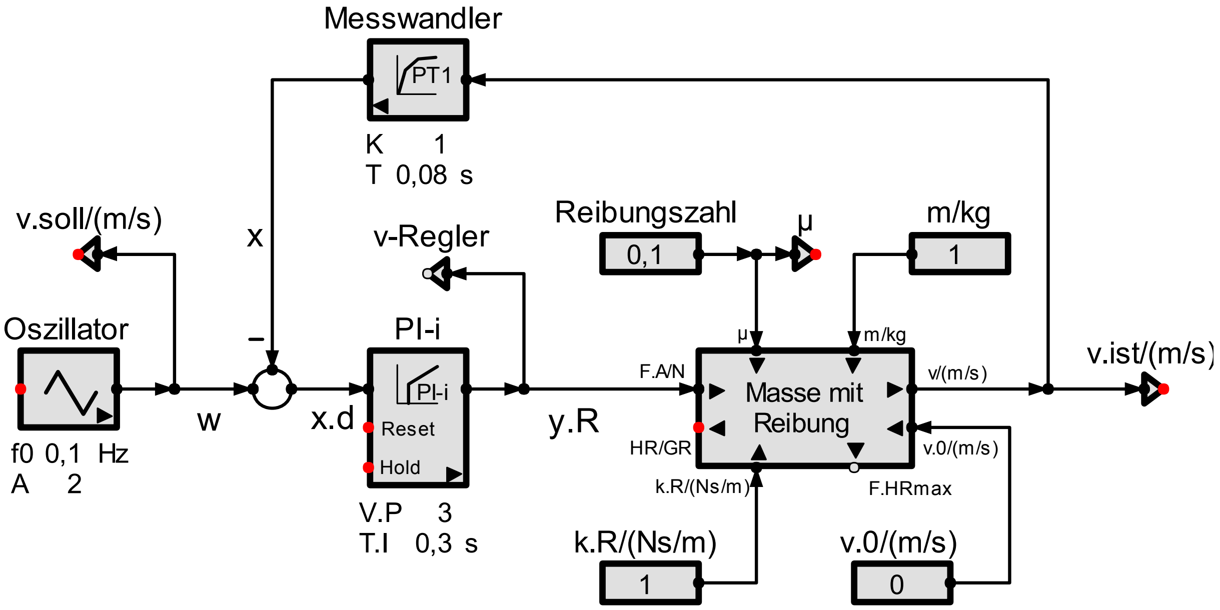
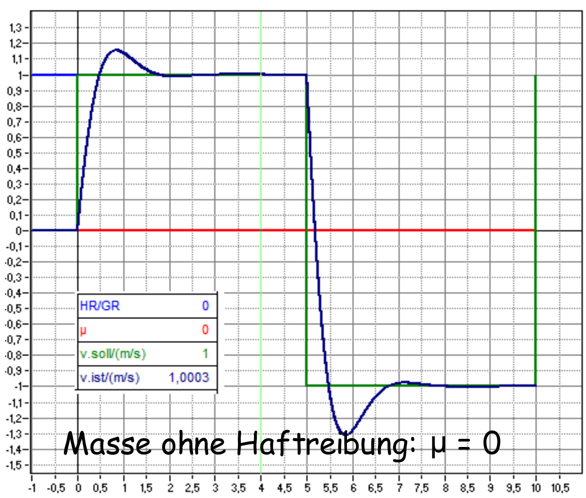


Abb. 1.1.1.1-1 PI-geregelte Masse mit Haft- und Gleitreibung: Zum Test der Linearität dient die angreifende Kraft F.A als Dreiecks-Funktion.

Zur Funktion der Geschwindigkeits-Regelung:
Der PI-Regler stellt sein Ausgangs-Signal (die Antriebskraft F.A) so ein, dass die gemessene Geschwindigkeit dem Sollwert angeglichen wird. Dadurch geht sein Eingangs-Signal gegen null.

Wie die Simulation zeigen wird, stellt der Regler im Falle der Haftreibung mittlere Geschwindigkeiten durch Ein- und Ausschalten der Antriebskraft F.A ein. Durch Variation des Tastverhältnisses (Pulsbreiten-Modulation) entstehen kleine mittlere Geschwindigkeiten, die dem Sollwert entsprechen. Die Zeitkonstante der Rückkopplung (Messwandler) bestimmt die Schalt-Periode der Pulsbreiten-Modulation.

Sprungantworten zur Optimierung des Reglers



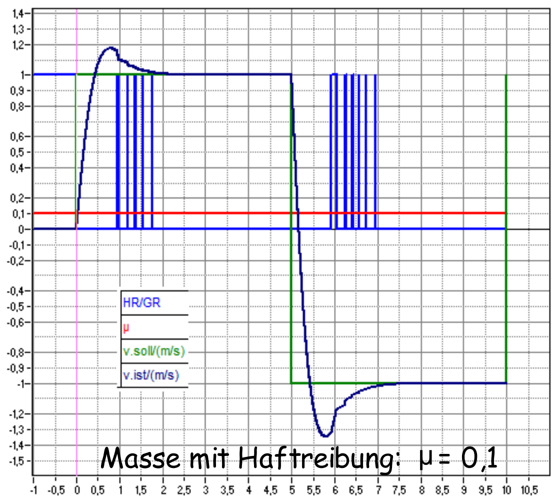


Abb. 1.1.1.1-2 Dynamik-Test zur Regler-Optimierung: Vergleich zweier Sprungantworten: links ohne und rechts mit Haftreibung

zur Regler-Optimierung:
Die Regler-Optimierung (V.P und T.I) erfolgt nach dem im Kapitel 9 angegebenen Verfahren. Als Testsignal dient der Sprung (Einschalt-Vorgang). Seine Amplitude muss so groß sein, dass die Haftreibung der bewegten Masse m überwunden wird.

- • Zuerst wird der der P-Anteil V.P erhöht, bis die Sprungantwort optimale Dynamik zeigt (ca. 15% maximales Überschwingen).
- Dann wird die Integrations-Konstante T.I soweit verkleinert, dass der Geschwindigkeits-Fehler in kürzester Zeit verschwindet – ohne dass sich die Stabilität verschlechtert.

Anstiegs-Antwort zum Test der Linearität
Noch deutlicher als bei der Sprungantwort ist die Variation des Tastverhältnisses der Antriebskraft F.A bei kleinen Soll-Geschwindigkeiten zu erkennen. Dadurch bekämpft der Regler die Nichtlinearität der Regelstrecke – hier einer Masse mit Haftreibung.

Pulsbreiten-Modulation
bei kleinen Geschwindigkeiten
Durch kurzzeitiges Einschalten des Motors wird seine Ansprech-Schwelle überwunden. Der Mittelwert der Ankerspannung stellt mittlere Drehzahlen ein, die kleiner als die Drehzahl-Schwelle sind.

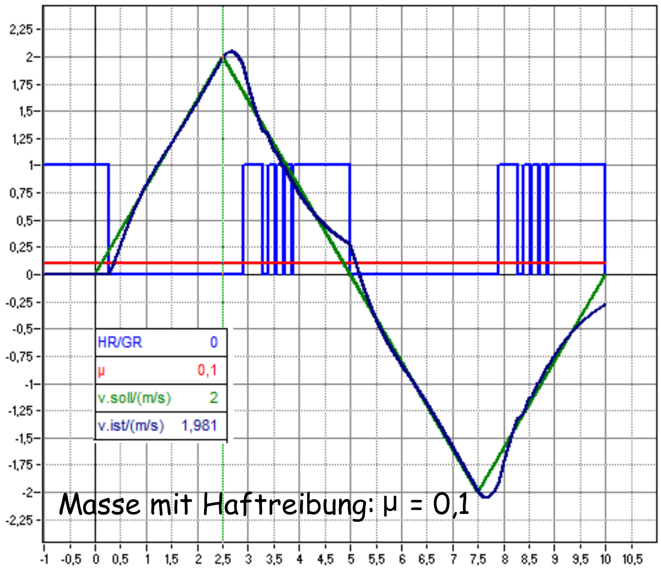


Abb. 1.1.1.1-3 Linearitäts-Test: der Nachlauf der Ist-Geschwindigkeit entsprechend dem stetig geänderten Sollwert